

平成 28 年度 入学者選抜学力検査問題

数 学 (理系 α)

数学 I, 数学 A
数学 II, 数学 B
数学 III

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子及び解答用紙の中を見てはいけません。
2. 問題は全部で 4 題あります。また、解答用紙は 4 枚あります。
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の枚数の過不足や汚れ等に気がついた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
4. 試験開始後、すべての解答用紙に受験番号、志望学部及び氏名を記入してください。受験番号の記入欄は各解答用紙に 2 箇所あります。
5. 解答は各問、指定された番号の解答用紙のおもて面にだけ記入してください。
6. 解答を指定された番号以外の解答用紙に記入した場合、採点の対象となりません。
7. 裏面その他に解答を書いた場合、その部分は採点の対象となりません。
8. 各問題の配点 50 点は 200 点満点としたときのものです。
9. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。

〔 1 〕 （配点 50） 関数 $f(x) = |x^3 - 3x^2 - 3x + 1|$ について、次の問いに答えなさい。

- (1) 方程式 $f(x) = 0$ の実数解をすべて求めなさい。
- (2) $f(x)$ の増減、極値を調べ、 $y = f(x)$ のグラフをかきなさい。ただし、グラフの変曲点と凹凸は調べなくてよい。
- (3) a を実数の定数とする。 x についての方程式 $f(x) = a$ が、ちょうど 4 個の異なる実数解をもつように、 a の値の範囲を定めなさい。

〔2〕（配点 50） n を自然数とする。このとき、次の問いに答えなさい。

(1) $a > 0$, $n \geq 3$ のとき、次の不等式が成り立つことを証明しなさい。

$$(1+a)^n > \frac{1}{6} n(n-1)(n-2)a^3$$

(2) $r > 1$ のとき、極限值

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{r^n}$$

を求めなさい。

[3] (配点 50) $\triangle ABC$ において、辺 BC , CA , AB の長さをそれぞれ a , b , c で表すとき、次の問いに答えなさい。

- (1) $\triangle ABC$ の外接円の半径を R とするとき、 $\triangle ABC$ の面積を a , b , c , R を用いて表しなさい。
- (2) $\triangle ABC$ の内接円の半径を r とするとき、 $\triangle ABC$ の面積を a , b , c , r を用いて表しなさい。
- (3) $\triangle ABC$ の外接円と内接円の面積をそれぞれ S_1 , S_2 とするとき、 $\frac{S_1}{S_2}$ を a , b , c を用いて表しなさい。

〔 4 〕 （配点 50） n を自然数とする。このとき、次の問いに答えなさい。

(1) α, β を実数とし、

$$f(x) = \frac{\alpha}{x-\alpha} - \frac{\beta}{x-\beta}$$

とする。 $f(x)$ の第 n 次導関数 $f^{(n)}(x)$ について、次の等式が成り立つことを、
数学的帰納法によって証明しなさい。

$$f^{(n)}(x) = (-1)^n n! \left\{ \frac{\alpha}{(x-\alpha)^{n+1}} - \frac{\beta}{(x-\beta)^{n+1}} \right\}$$

(2) b, c を $b^2 > 4c$ を満たす実数とし、

$$h(x) = \frac{x}{x^2 - bx + c}$$

とする。また、 $h(x)$ の第 n 次導関数 $h^{(n)}(x)$ に対し、 $a_n = \frac{c^n h^{(n)}(0)}{n!}$ とおく。

(i) 2 次方程式 $x^2 - bx + c = 0$ の解を α, β とする。 a_n を α, β, n を用いて表しなさい。

(ii) $a_{n+2} - ba_{n+1} + ca_n = 0$ が成り立つことを示しなさい。