

平成 29 年度 入学者選抜学力検査問題

数 学 (理系 β)

数学 I, 数学 A
数学 II, 数学 B
数学 III

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子及び解答用紙の中を見てはいけません。
2. 問題は全部で 4 題あります。また、解答用紙は 4 枚あります。
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の枚数の過不足や汚れ等に気がついた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
4. 試験開始後、すべての解答用紙に受験番号、志望学部及び氏名を記入してください。
受験番号の記入欄は各解答用紙に 2 箇所あります。
5. 解答は各問、指定された番号の解答用紙のおもて面にだけ記入してください。
6. 解答を指定された番号以外の解答用紙に記入した場合、採点の対象となりません。
7. 裏面その他に解答を書いた場合、その部分は採点の対象となりません。
8. 各問題の配点 50 点は 200 点満点としたときのものです。
9. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。

[1] (配点 50) $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, $\cos \beta = \frac{7}{8}$ を満たす実数 α, β について, 次の問いに答えなさい。ただし,
 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ とする。

- (1) $\sin 2\alpha$ と $\cos 2\beta$ の値を求めなさい。
- (2) $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{3}$ が成り立つことを示しなさい。
- (3) $\frac{\pi}{12} < \beta < \frac{\pi}{6}$ が成り立つことを示しなさい。

[2] (配点 50) x, y, z を $0 < x < 1, 0 < y < 1, 0 < z < 1$ を満たす実数とする。面積が 1 の $\triangle ABC$ において、辺 BC, CA, AB 上にそれぞれ点 D, E, F を $\frac{BD}{BC} = x, \frac{CE}{CA} = y, \frac{AF}{AB} = z$ を満たすようにとる。 $\triangle AFE$ の面積を S_1 , $\triangle DEF$ の面積を S_2 とおくと、次の問いに答えなさい。

- (1) $x = \frac{2}{3}, y = \frac{2}{3}, z = \frac{1}{3}$ のとき、 S_1 と S_2 を求めなさい。
- (2) S_2 を x, y, z を用いて表しなさい。
- (3) $\triangle ABC$ の重心と $\triangle DEF$ の重心が一致し、かつ $S_2 = \frac{1}{3}$ が成り立つような x, y, z の組 (x, y, z) をすべて求めなさい。

[3] (配点 50) $\alpha = \sin \frac{\pi}{10} + i \cos \frac{\pi}{10}$ とするとき、次の問いに答えなさい。ただし、 i は虚数単位である。

- (1) 複素数 α を極形式で表しなさい。ただし、偏角 θ の範囲は $0 \leq \theta < 2\pi$ とする。
- (2) 2 個のさいころを同時に投げて出た目を k, l とするとき、 $\alpha^{kl} = 1$ となる確率を求めなさい。
- (3) 3 個のさいころを同時に投げて出た目を k, l, m とするとき、 $\alpha^k, \alpha^l, \alpha^m$ が異なる 3 つの複素数である確率を求めなさい。

[4] (配点 50) a を正の実数とし、関数 $f(x) = |e^x - e^a|$ を考える。 xy 平面において、曲線 $y = f(x)$ を C とし、曲線 C と y 軸との交点を P とする。点 P における C の接線を l とすると、 C と l は接点 P を含めてちょうど 2 点を共有する。点 P と異なる共有点を Q とし、点 Q の x 座標を b とすると、図より $b > a$ であることが分かる。このとき、次の問いに答えなさい。ただし、必要ならば、関数の極限の公式 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{e^x} = 0$ を証明なしに用いてもよい。

(1) 直線 l の方程式を求めなさい。

(2) $\lim_{a \rightarrow \infty} (b - a) = \log 2$ が成り立つことを示しなさい。

(3) C と l で囲まれた図形の面積を S とするとき、極限值 $\lim_{a \rightarrow \infty} \frac{S}{e^a}$ を求めなさい。



