平成30年度　入学者選抜学力検査問題

数　　学（理系α）

数学Ⅰ，数学A
数学Ⅱ，数学B
数学Ⅲ

注　意　事　項

1. 試験開始の合図があるまで，問題冊子及び解答用紙の中を見てはいけません。
2. 問題は全部で4題あります。また，解答用紙は4枚あります。
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の枚数の過不足や汚れ等に気がついた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。
4. 試験開始後，すべての解答用紙に受験番号，志望学部及び氏名を記入してください。受験番号の記入欄は各解答用紙に2箇所あります。
5. 解答は各問，指定された番号の解答用紙のおもて面にだけ記入してください。
6. 指定された番号以外の解答用紙に解答を記入した場合，採点の対象となりません。
7. 裏面その他に解答を記入した場合，その部分は採点の対象となりません。
8. 各問題の配点50点は200点満点としたときのものです。
9. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ってください。

〔1〕 (配点 50) 空間内の 3 点 A(1, 3, −2), B(3, 2, −1), C(2, 1, 3) について，次の問いに答えなさい。

(1) $\angle \mathrm{BAC} = \theta$ とするとき，$\cos\theta$ の値を求めなさい。

(2) $\triangle \mathrm{ABC}$ の面積 S を求めなさい。

(3) $\triangle \mathrm{ABC}$ を含む平面に垂直なベクトルを $(x,\ y,\ 1)$ と表すとき，x, y の値をそれぞれ求めなさい。

(4) 原点を O とするとき，四面体 OABC の体積 V を求めなさい。

〔2〕 (配点 50) 座標平面において，連立不等式

$$x \geqq 0,\ y \geqq 0,\ y \leqq -x+8,\ y \leqq -2x+12$$

の表す領域を D とし，a を正の定数とする。点 $(x,\ y)$ が領域 D 内を動くとき，$ax+y$ の最大値を M とする。このとき，次の問いに答えなさい。

(1) 2 直線 $y=-x+8$ と $y=-2x+12$ の交点を求め，領域 D を図示しなさい。

(2) $0<a<1$ のとき，M の値を求めなさい。

(3) $1 \leqq a$ のとき，a を用いて M を表しなさい。

〔3〕 (配点 50) 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある。

$$a_1 = 1,\ a_{n+1} = a_n^2 - a_n + \frac{3}{4}\ (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

このとき，次の問いに答えなさい。

(1) $b_n = a_n - \dfrac{1}{2}$ とおくとき，初項 b_1 の値を求め，さらに b_n を用いて b_{n+1} を表しなさい。

(2) (1) で定められた数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めることにより，$\lim_{n\to\infty} a_n$ を求めなさい。

〔4〕 (配点 50) 次の問いに答えなさい。

(1) $0 \leqq x \leqq \pi$ のとき，方程式 $3\cos x - 2\sin^2 x = 0$ を満たす x の値を求めなさい。

(2) $f(x) = e^{\frac{2}{3}\cos x}\sin x \ (0 \leqq x \leqq \pi)$ とするとき，$f(x)$ の最大値を求めなさい。

(3) (2) の $f(x)$ に対して，曲線 $y = f(x)$ と x 軸で囲まれる図形の面積 S を求めなさい。