

平成 31 年度 入学者選抜学力検査問題

数 学 (文系)

数学 I, 数学 A
数学 II, 数学 B

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子及び解答用紙の中を見てはいけません。
2. 問題は全部で 4 題あります。また、解答用紙は 4 枚あります。
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の枚数の過不足や汚れ等に気がついた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
4. 試験開始後、すべての解答用紙に受験番号、志望学部及び氏名を記入してください。
受験番号の記入欄は各解答用紙に 2 箇所あります。
5. 解答は各問、指定された番号の解答用紙のおもて面にだけ記入してください。
6. 指定された番号以外の解答用紙に解答を記入した場合、採点の対象となりません。
7. 裏面その他に解答を記入した場合、その部分は採点の対象となりません。
8. 各問題の配点 50 点は 200 点満点としたときのものです。
9. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。

〔 1 〕 （配点 50） 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある。

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = 2 + \frac{3}{a_n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

次の問いに答えなさい。

- (1) 2 次方程式 $x^2 - 2x - 3 = 0$ の 2 つの実数解 α, β を求めなさい。ただし、 $\alpha > \beta$ とする。
- (2) (1) で求めた α, β に対して、 $b_n = \frac{a_n - \alpha}{a_n - \beta}$ とおくとき、数列 $\{b_n\}$ は等比数列であることを示しなさい。
- (3) (2) で定めた数列 $\{b_n\}$ の一般項と数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めなさい。

〔 2 〕 （配点 50） 次の問いに答えなさい。

- (1) 不定方程式 $9x + 5y = 1$ の整数解をすべて求めなさい。
- (2) 2つの自然数 a と b が互いに素であるとき, $3a + b$ と $5a + 2b$ も互いに素であることを証明しなさい。

[3] (配点 50) $0 < a < \sqrt{3}$ とし, $f(x) = \frac{x^2}{6}$, $g(x) = -\frac{x^2}{6} + 1$ とする。曲線 $y = f(x)$ の点 $A(a, f(a))$ における接線を l , 曲線 $y = g(x)$ の点 $B(a, g(a))$ における接線を m とし, l と m の交点を C とする。また, 2 つの曲線 $y = f(x)$, $y = g(x)$ および 2 つの直線 $x = 0$, $x = a$ で囲まれる部分の面積を S とし, $\triangle ABC$ の面積を T とする。次の問いに答えなさい。

- (1) 点 C の座標を a を用いて表しなさい。
- (2) S と T を a を用いて表しなさい。
- (3) $S : T = 8 : 3$ が成り立つとき, a の値を求めなさい。

[4] (配点 50) $x > 0$ とする。点 O を原点とする座標空間において、3 点 $A(1, 2, 0)$, $B(2, 1, 1)$, $C(x, 0, 4)$ の定める平面を α とする。 α における $\triangle ABC$ の外心を P とするとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 線分 AB の中点 M の座標を求めなさい。また、線分 AC の中点 N の座標を、 x を用いて表しなさい。
- (2) $\cos \angle AOB$ の値を求めなさい。ただし、 $0^\circ \leq \angle AOB \leq 180^\circ$ とする。
- (3) $\angle AOB = \angle BOC$ のとき、 x の値と点 P の座標を求めなさい。

