

平成 31 年度 入学者選抜学力検査問題

数 学 (理系 α)

数学 I, 数学 A
数学 II, 数学 B
数学 III

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子及び解答用紙の中を見てはいけません。
2. 問題は全部で 4 題あります。また、解答用紙は 4 枚あります。
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の枚数の過不足や汚れ等に気がついた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
4. 試験開始後、すべての解答用紙に受験番号、志望学部及び氏名を記入してください。
受験番号の記入欄は各解答用紙に 2 箇所あります。
5. 解答は各問、指定された番号の解答用紙のおもて面にだけ記入してください。
6. 指定された番号以外の解答用紙に解答を記入した場合、採点の対象となりません。
7. 裏面その他に解答を記入した場合、その部分は採点の対象となりません。
8. 各問題の配点 50 点は 200 点満点としたときのものです。
9. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。

〔 1 〕 （配点 50） 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある。

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = 2 + \frac{3}{a_n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

次の問いに答えなさい。

- (1) 2 次方程式 $x^2 - 2x - 3 = 0$ の 2 つの実数解 α, β を求めなさい。ただし、 $\alpha > \beta$ とする。
- (2) (1) で求めた α, β に対して、 $b_n = \frac{a_n - \alpha}{a_n - \beta}$ とおくと、数列 $\{b_n\}$ は等比数列であることを示しなさい。
- (3) (2) で定めた数列 $\{b_n\}$ の一般項と数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めなさい。
- (4) 極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めなさい。

〔 2 〕 (配点 50) 関数 $f(x) = \sin^2 x$, $g(x) = \cos^2 x$ について, 次の問いに答えなさい。

- (1) 関数 $y = f(x)$ ($0 \leq x \leq \pi$) の増減, グラフの凹凸を調べ, グラフをかきなさい。
- (2) $0 < a < \frac{\pi}{4}$ とする。2つの曲線 $y = f(x)$, $y = g(x)$ および2つの直線 $x = 0$, $x = a$ で囲まれる部分の面積を S とする。また, 曲線 $y = f(x)$ の点 $A(a, f(a))$ における接線と, 曲線 $y = g(x)$ の点 $B(a, g(a))$ における接線の交点を C とし, $\triangle ABC$ の面積を T とする。
 - (i) S を a を用いて表しなさい。
 - (ii) 点 C の座標を a を用いて表しなさい。
 - (iii) $S + T = \frac{5}{8}$ が成り立つとき, a の値を求めなさい。

〔 3 〕 （配点 50） $x > 0$ とする。点 O を原点とする座標空間において、3 点 $A(1, 2, 0)$, $B(2, 1, 1)$, $C(x, 0, 4)$ の定める平面を α とする。 α における $\triangle ABC$ の外心を P とするとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 線分 AB の中点 M の座標を求めなさい。また、線分 AC の中点 N の座標を、 x を用いて表しなさい。
- (2) $\angle AOB \leq \angle BOC$ のとき、 x のとり得る値の範囲を求めなさい。ただし、 $0^\circ \leq \angle AOB \leq 180^\circ$, $0^\circ \leq \angle BOC \leq 180^\circ$ とする。
- (3) $\angle AOB = \angle BOC$ のとき、点 P の座標を求めなさい。

〔 4 〕 （配点 50） 次の問いに答えなさい。ただし、 i は虚数単位である。

(1) 複素数平面上で等式

$$|3z - 4i| = 2|z - 3i|$$

を満たす点 z の全体はどのような図形を表すか答えなさい。

(2) 複素数 z が (1) の等式を満たすとき、 $\left| z + \frac{1}{z} + 2i \right|$ の最大値と最小値を求めなさい。また、そのときの z の値をそれぞれ求めなさい。

