

□

(表紙)

○●●平成10年度入学者選抜試験問題用紙・答案用紙の表紙：数学〔Ⅱ・B〕○○○

表紙			1枚	計6枚
□1	問題並びに答案用紙	数学 Ⅱ・Bの3(1枚目)	1枚	
□2	問題並びに答案用紙	数学 Ⅱ・Bの3(2枚目)	1枚	
□3	問題用紙	数学 Ⅱ・Bの選の3	1枚	
□4	答案用紙	数学 Ⅱ・Bの選の3	2枚	

(1) テスト開始の合図があったらすぐに種類と枚数を確認めた上で、受験番号を6枚全部に記入してください。

□1と□2は必修問題並びに答案用紙です。

□3は選択問題用紙です。4問中2問を選択解答して下さい。

□4は選択問題の答案用紙です。2問選択のため2枚あります。

(2) 終了したら、表紙、□1、□2、□3、□4(2枚)ごとに全6枚すべて回収します。

○●● 平成 10 年度入学者選抜試験問題並びに答案用紙 数学〔Ⅱ・B の 3〕 ○○○
□ 1
(必修)
(この用紙にある問題は必修問題である) (1 枚目)

- (1) 実数 p , q について、方程式 $x^3 - 3px + q = 0$ が相異なる 3 つの実数解をもつための必要十分条件を、 p と q を用いた式で表せ。

(2) 座標平面において、3つの曲線を $P: y = 1 - x^2$, $Q: y = x(x^2 - 1)$, $R: x^2 + y^2 = 1$ とする。

(i) P と R との共有点は $(1, 0)$, $(-1, 0)$, $(0, 1)$ であり、かつ、 P と R は $(0, 1)$ において接線を共有していることを示せ。

(ii) Q と R との共有点は $(1, 0)$, $(-1, 0)$ だけであることを示せ。

(iii) P と Q との共有点は $(1, 0)$, $(-1, 0)$ であり、かつ、 P と Q は $(-1, 0)$ において接線を共有していることを示せ。

(iv) P , Q , R の概形を同一の座標平面にえがけ。

(v) P と Q で囲まれる図形の面積を求めよ。

(選択)

(この問題用紙にある 4 問題から 2 問題を選択し、
答案用紙 1 枚ごとに 1 問ずつ解答すること)

- (1) 複素数 z に対して、 $z + \frac{1}{z} = R$ とおく。ただし、 z の虚部は 0 でないとする。この R が実数となるための z の条件を求めよ。また、このときの R のとりうる値の範囲を求めよ。

(2) $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ とするとき、
 $z^5 + z^4 + z^3 + z^2 + z + 1$ の値を求めよ。ただし、 i は虚数単位とする。

(3) $x^4 - 4x^3 - 8x^2 + 24x - 45 = 0$
は $x = 1 + \sqrt{2}i$ を解に持つ。その他の解をすべて求めよ。また、この解を知って、次式の解をすべて求めよ。
 $x^4 - 4ix^3 + 8x^2 - 24ix - 45 = 0$
- 袋の中に白ボールが 2 個、黒ボールが 3 個入っている。すべてのボールは大きさ重さ共に同じで区別がつかないとする。この袋からボールを 3 個取り出し、その中から白ボールだけ元にもどす試行を行う。ただし袋の中のボールが 2 個以下の場合はそれらを取り出し、白ボールだけ元にもどす。 k 回目の試行後の袋の中の黒ボールの数を B_k とする。

(1) 確率 $P(B_1 = 2)$ を求めよ。

(2) 事象 $A = \{B_1 = 2\}$ を条件とする条件つき確率 $P_A(B_2 = 1)$ を求めよ。

(3) B_2 の期待値 $E(B_2)$ を求めよ。

(4) 確率変数 T を B_k が 0 となる最初の番号 k の値とする。確率 $P(T = 2)$ を求めよ。
- 平面 π 上の $\triangle OAB$ において、 $OA = a$, $OB = b$, $\angle AOB = \theta (\theta \neq 90^\circ)$ とする。

(1) $\overrightarrow{OP} = \frac{1}{OB^2}(\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB})\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OQ} = \frac{1}{OA^2}(\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OA})\overrightarrow{OA}$ と表される 2 点 P , Q を考える。 $\overrightarrow{OP}$ を a , b , θ , $\overrightarrow{OB}$ を用いて表せ。また、これらの点 P , Q は $\triangle OAB$ においてどのような位置にあるか。理由も述べよ。

(2) $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OX} = OP^2$, $\overrightarrow{OQ} \cdot \overrightarrow{OY} = OQ^2$ なる関係を満す点 X , Y は、 π 上において、それぞれ、どのような図形をえがくか。理由も述べよ。

(3) $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OH} = OP^2$, $\overrightarrow{OQ} \cdot \overrightarrow{OH} = OQ^2$ なる関係を満す π 上の点を H とする。 $\overrightarrow{OH} = \alpha \overrightarrow{OA} + \beta \overrightarrow{OB}$ とするとき、 α , β を a , b , θ を用いて表せ。

(4) $\overrightarrow{OH} \perp \overrightarrow{AB}$ という関係が成立することを証明せよ。
- 球面 $S: x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6y - 8z + 10 = 0$ と平面 $\pi: 3y + 4z - 9 = 0$ がある。

(1) S の中心と半径を求めよ。

(2) S と π は交わることを示せ。

(3) S と π が交わってできる円の中心と半径を求めよ。