

二

(表紙)

○●●平成10年度入学者選抜試験問題用紙・答案用紙の表紙：数学〔Ⅲ・C〕○●●

表紙			1枚	計6枚
二1	問題並びに答案用紙	数学 Ⅲ・Cの1	1枚	
二2	問題並びに答案用紙	数学 Ⅲ・Cの2	1枚	
二3	問題用紙	数学 Ⅲ・Cの選	1枚	
二4	答案用紙	数学 Ⅲ・Cの選	2枚	

- (1) テスト開始の合図があったらすぐに種類と枚数を確認した上で、受験番号を6枚全部に記入してください。

二1と二2は必修問題並びに答案用紙です。

二3は選択問題用紙です。5問中2問を選択解答して下さい。

二4は選択問題の答案用紙です。2問選択のため2枚あります。

- (2) 終了したら、表紙、二1、二2、二3、二4(2枚)ごとに全6枚すべて回収します。

$f(x) = \frac{x}{1+x^2}$ ($x > 1$) とし、曲線 $y = f(x)$ 上の点で x 座標が、 $a+3h$ 、 $a-2h$ ($h \neq 0$) であるものをそれぞれ A、B とする。 $h \rightarrow 0$ のとき、直線 AB が近づく直線を l とする。

(1) 直線 l の方程式を求めよ。

(2) 直線 l と x 軸との交点の x 座標を u とする。 a が $a > 1$ を満たしながら変化するとき、 u の取りうる値の範囲を求めよ。

二 2

(必修)

○●● 平成 10 年度入学者選抜試験問題並びに答案用紙 数学〔Ⅲ・Cの2〕 ○●●

(この用紙にある問題は必修問題である)

$f(t) = 2t - \sin 2t$, $g(t) = 1 - \cos 2t$ とし, 座標平面上の曲線 $C: x = f(t)$, $y = g(t)$ ($0 \leq t \leq \pi$) を考える。

(1) 曲線 C の長さ L を求めよ。

(2) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\{f'(t)g''(t) - f''(t)g'(t)\}^2}{[\{f'(t)\}^2 + \{g'(t)\}^2]^{\frac{5}{2}}} dt$ の値を求めよ。

(選択)

(この問題用紙にある5問題から2問題を選択し、
答案用紙1枚ごとに1問ずつ解答すること)

1. 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ b & 2 & a \\ 4 & 1 & -3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ b & 4 & -a \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ に対し, $C = A^2 + BA - AB - B^2$ とおく。

(1) 行列 C を求めよ。

(2) (1)で求めた行列を $C = \begin{pmatrix} c & d & e \\ f & g & h \\ i & j & k \end{pmatrix}$ と表すとき, $D = \begin{pmatrix} g & h \\ j & k \end{pmatrix}$ とおく。

D が逆行列を持たないような正の整数 a, b の組をすべて求めよ。

2. 座標平面上の点 $P(x, y)$ に対し $x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$ とおき, 楕円 $C_1: (x-1)^2 + 2y^2 = 2$ および楕円 $C_2: (x+1)^2 + 2y^2 = 2$ を考える。

(1) 楕円 C_1 を表示する式を $r = f(\theta)$ とし, 楕円 C_2 を表示する式を $r = g(\theta)$ とするとき, $f(\theta)$, $g(\theta)$ を求めよ。ただし $r \geq 0$ とする。

(2) k を $1 - \sqrt{2} \leq k \leq \sqrt{2} - 1$ なる定数とし, 半直線 $l: x = k (y \geq 0)$ を考える。半直線 l と楕円 C_1 との共有点から原点への距離を p とし, 半直線 l と楕円 C_2 との共有点から原点への距離を q とするとき, $p + q$ の値を求めよ。

3. 連続関数 $f(x)$ について, $f(x) = 0$ の近似解を二分法で求めることを考える。

ただし, $0 < x < 2$ にただ1つの解が存在し, $f(0)f(2) < 0$ とする。

(1) 解が存在する区間の幅を $\frac{1}{10^6}$ 以下にするには二分法を最低何回繰り返せばよいか。始めの区間を $[0, 2]$ とし, $\log_2 10 = 3.321980$ を用いてもよい。

(2) $f(x) = x^3 - x - 2$ とし, 始めの区間を $[0, 2]$ として, 3回繰り返したとき, 解が存在する区間を求めよ。

4. 工場で作られるある製品 25 個の長さを計ったら, 次の数値(単位は mm)が得られた。

19.8, 19.8, 19.9, 19.9, 19.9, 19.9, 19.9, 19.9, 20.0, 20.0

20.0, 20.0, 20.0, 20.0, 20.0, 20.0, 20.0, 20.0, 20.1, 20.1, 20.1

20.1, 20.1, 20.2, 20.2, 20.3

これらの製品の長さの値を $x_i (i = 1, 2, 3, \dots, 25)$ とし, $y_i = 10(x_i - 20)$ とする。

(1) $y_i (i = 1, 2, 3, \dots, 25)$ の平均 $\bar{y}$ と分散 v_y を求めよ。

(2) $x_i (i = 1, 2, 3, \dots, 25)$ の平均 $\bar{x}$ と分散 v_x を求めよ。

(3) この製品の長さは, 平均 20 mm, 標準偏差 0.12 mm の正規分布をするものとする。

この製品から大きさ 25 の標本を無作為抽出したときの標本平均が 20.03 mm 以上になる確率はいくらか。次の表は, Z が標準正規分布に従うものとするときの確率 $P(0 \leq Z \leq z)$ を示す正規分布表の一部である。この表を利用せよ。

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
1.1	.36433	.36650	.36864	.37076	.37286	.37493	.37698	.37900	.38100	.38298
1.2	.38493	.38686	.38877	.39065	.39251	.39435	.39617	.39796	.39973	.40147
1.3	.40320	.40490	.40658	.40824	.40988	.41149	.41309	.41466	.41621	.41774
1.4	.41924	.42073	.42220	.42364	.42507	.42647	.42786	.42922	.43056	.43189
1.5	.43319	.43448	.43574	.43699	.43822	.43943	.44062	.44179	.44295	.44408

5. 関数 $f(x)$ は $x > 0$ で微分可能で, $f(x) > 0$ であるとする。曲線 $y = f(x)$ 上の任意の点 $P(x, y)$ における接線が y 軸と交わる点を Q とし, 線分 PQ の中点を R とする。

(1) 点 Q と点 R の座標を $x, y, \frac{dy}{dx}$ を用いて表せ。

(2) 点 R が常に x 軸上にあるとき, 関数 $f(x)$ の満たす微分方程式を作れ。

(3) (2)の微分方程式の解 $f(x)$ で, $f(1) = 1$ を満たすものを求めよ。