

工

(表紙)
工学部

(表紙)				1 枚	
(工 1)	問題並びに答案用紙	数学	Ⅲ・C の 1	1 枚	計 6 枚
(工 2)	問題並びに答案用紙	数学	Ⅲ・C の 2	1 枚	
(工 3)	問題用紙	数学	Ⅲ・C の選	1 枚	
(工 4)	答案用紙	数学	Ⅲ・C の選	2 枚	

- (1) テスト開始の合図があったらすぐに種類と枚数を確認した上で、受験番号を 6 枚全部に記入してください。

(工 1) と (工 2) は必修問題並びに答案用紙です。

(工 3) は選択問題用紙です。4 問中 2 問を選択解答して下さい。

(工 4) は選択問題の答案用紙です。2 問選択のため 2 枚あります。

- (2) 終了したら、(表紙)，(工 1)，(工 2)，(工 3)，(工 4) (2 枚) ごとに全 6 枚すべて回収します。

(この用紙にある問題は必修問題である) (1 枚目)

(必修) 工学部

関数

$$f(x) = \log(1+x) - \left(x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4}\right)$$

$$g(x) = \log(1+x) - \left(x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5}\right)$$

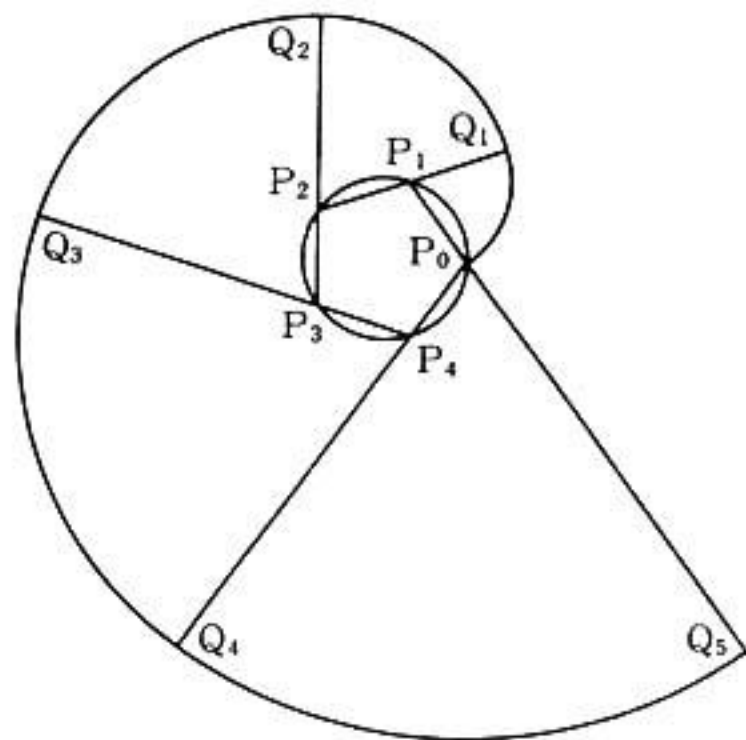
について、次の問に答えよ。

- (1) 導関数 $f'(x)$, $g'(x)$ を各々求め、簡単な式で表せ。
- (2) $x > -1$ で $\log(1+x) \leq x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5}$ となることを示せ。
- (3) $\frac{1}{2} < \log 2 < \frac{4}{5}$ であることを示せ。

(この用紙にある問題は必修問題である) (2 枚目)

(必修) 工学部

半径 1 の円に内接する正 n 角形 $P_0, P_1, \dots, P_{n-1}$ がある。端を P_0 に固定して、糸をこの正 n 角形に 1 周巻きつけてある。初めに P_0 の位置にあったもう一方の端 Q をゆるむことなく、 P_0Q と P_0P_1 が一直線になるまでほどいてゆく。このとき Q は図(例として $n = 5$ の場合が描かれている。)に示すように $P_1, P_2, \dots, P_{n-1}, P_0$ それぞれを中心とする円弧 $Q_0Q_1, Q_1Q_2, \dots, Q_{n-1}Q_n$ を描き、糸は扇形 $P_1Q_0Q_1, P_2Q_1Q_2, \dots, P_{n-1}Q_{n-2}Q_{n-1}, P_0Q_{n-1}Q_n$ を通過する。ただし、 $Q_0 = P_0$ である。



- (1) P_k を中心とする扇形 $P_kQ_{k-1}Q_k$ の面積 a_k を求めよ。ただし、 $k=n$ のときは $P_n = P_0$ である。
- (2) 糸が通過する範囲の全面積 $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ を求めよ。
- (3) 正 n 角形は n が大きくなると円に近づく。半径 1 の円周上のある点に糸の一端が固定されて巻きつけてある場合、1 周分ゆるむことなくほどくとき、糸が通過する範囲の面積 S を求めよ。

(選択) 工学部

(この問題用紙にある4問題から2問題を選択し、
答案用紙1枚ごとに1問ずつ解答すること)

1. 2次の正方行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ および $X = \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix}$ を考える。

- (1) $AXA = A$ かつ $ad - bc \neq 0$ ならば $xw - yz \neq 0$ であることを、逆行列の考えを用いて示せ。
- (2) 零行列でない A について、 $AXA = A$ かつ $ad - bc = 0$ ならば $ax + cy + bz + dw = 1$ であることを示せ。
- (3) $a = 1, b = 2, c = 3, d = 6$ のとき、 $AXA = A$ を満たす行列 X を1つ求めよ。

2. a を正の定数とし、 θ を媒介変数として、 $x = a(\theta + \sin \theta)$, $y = a(\cos \theta - 1)$ ($0 < \theta < \pi$) で表される曲線を C とする。
また、 C 上の点 $P(x, y)$ における接線の上に点 Q を、この接線と x 軸との交点が線分 PQ の中点となるようにとり、点 P が C 上を動くときの点 Q の軌跡を D とする。

- (1) 線分 PQ の中点の x 座標を a と θ とで表せ。
- (2) θ を媒介変数とする曲線 D の媒介変数表示を求めよ。
- (3) C 上の点 P における接線は D 上の点 Q における法線であることを示せ。

3. (1) 区間 $a \leq x \leq b$ で関数 x^3 の積分を考えたとき、区間を 2 等分したシンプソンの公式による近似値が正確な積分値に一致することを示せ。

(2) (1)においてシンプソンの公式が 2 次関数で近似する方法にも関わらず一致する理由を、以下の等式を利用して述べよ。

$$\int_{-c}^c x^3 dx = 0$$

(3) 区間を 4 等分したシンプソンの公式を用いて、次の定積分の近似値を求めよ。

$$\int_0^2 (x^4 - x^2 - 1) dx$$

4. ある理科の実験で 5 台のモーターを使用する。このモーターが故障せずに回転する稼働時間 T は、平均値 1500 時間、標準偏差 450 時間の正規分布に従うものとする。ただし、各モーターの稼働状態は互いに独立と仮定する。

(1) 任意の 1 台のモーターが 852 時間以内に故障する確率を求めよ。なお、 Z が標準正規分布に従うものとするときの確率 P ($0 \leq Z \leq z$) の一部を示す次の表を利用せよ。

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
1.1	.36433	.36650	.36864	.37076	.37286	.37493	.37698	.37900	.38100	.38298
1.2	.38493	.38686	.38877	.39065	.39251	.39435	.39617	.39796	.39973	.40147
1.3	.40320	.40490	.40658	.40824	.40988	.41149	.41309	.41466	.41621	.41774
1.4	.41924	.42073	.42220	.42364	.42507	.42647	.42786	.42922	.43056	.43189
1.5	.43319	.43448	.43574	.43699	.43822	.43943	.44062	.44179	.44295	.44408

(2) 5 台のうち 2 台のモーターが 852 時間以内に故障する確率を求めよ。

(3) 5 台のモーターのうちの 1 台以上が 852 時間以内に故障する確率を求めよ。