

(この用紙にある問題は必修問題である)

(必修)

a を実数の定数とし、関数 $f(x)$ を $f(x) = x^3 - 3(a-1)x^2 + 3a(a-2)x + 2$ とする。

- (1) $f(x)$ の極小値 b を求め、 $b \geq 0$ となるための a の範囲を求めよ。
- (2) $0 \leq x \leq 1$ を満たすすべての x に対して、 $f(x) \geq 0$ となるための a の範囲を求めよ。

受 験 番 号

小 計

(この用紙にある問題は必修問題である)

(必修)

2つの曲線を $C_1: y = (1 - \sin \theta)x^2$, $C_2: y = |x^2 - x|$ とする。ただし, θ は $0^\circ < \theta < 90^\circ$ を満たす定数とする。

- (1) 曲線 C_1 と C_2 の交点の x 座標を $0, x_1, x_2$ ($0 < x_1 < x_2$) とするとき, $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ の値を求めよ。
- (2) 曲線 C_1 と C_2 で囲まれた2つの部分の面積が等しくなるように θ の値を定めよ。

受 験 番 号

小 計

(選択)

(この問題用紙にある3問題から2問題を選択し、
 答案用紙1枚ごとに1問ずつ解答すること)

1. 1辺の長さ1の正四面体OABCにおいて、4辺OA, BC, CO, ABの各辺上にそれぞれ点P, Q, R, Sをとる。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とする。

(1) P, Q, R, Sがそれぞれの辺を2:1に内分しているとき、次の問に答えよ。

i) $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{RS}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いて表せ。

ii) $\overrightarrow{PQ}$ と $\overrightarrow{RS}$ は垂直であることを示せ。

(2) P, Q, R, Sがそれぞれの辺の中点であるとき、次の問に答えよ。

i) 4点P, Q, R, Sは同一平面上にあることを示せ。

ii) 四角形PSQRはどんな図形になるか。

2. i を虚数単位とし、 $\alpha = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{3}i)$, $\beta = \frac{1}{2}(1 - \sqrt{3}i)$ とおく。実数 s, t (ただし、 $0 \leq s < 1$, $0 \leq t < 1$)により $z = s\alpha + t\beta$ と表される複素数 z の全体が複素数平面において表す図形をKとする。

(1) Kを複素数平面において図示せよ。

(2) Kに入っている0でない複素数 z に対して、 $\frac{1}{z}$ はKに入らないことを示せ。

(3) Kに入っている0でない複素数 z が、ある整数 m により $\overline{\left(\frac{1}{z}\right)} = z + m\alpha + m\beta$ となっているとき、 z は正の実数であることを示せ。

(4) Kに入っている0でない複素数 z が、 $\overline{\left(\frac{1}{z}\right)} = z + 3\alpha + \beta$ となっている。この z を求めよ。

3. n を自然数とし、0, 1, 2, ..., $2n$ の数が1つずつ書かれたカードが合計 $(2n+1)$ 枚ある。

(1) この中から無作為にカードを1枚取り出し、そこに書かれた数を X とする。 X の期待値を求めよ。

(2) (1)の X に対して、新たに Y を次の①, ②により定めるとき、 $k = 0, 1, 2, \dots, 2n$ として $Y = k$ となる確率を求めよ。

① X が奇数ならば $Y = X$ とする。

② X が偶数(0も含む)ならば、そのカードを戻して新たにすべてのカードの中から無作為に1枚取り出し、そこに書かれた数を Y とする。

(3) (2)の Y の期待値を求めよ。

受 験 番 号