

(必修)

座標平面において、2 点 $A(\cos \theta, 0)$ 、 $B(0, \sin \theta)$ を結ぶ線分と直線 $x = s$ の交点を P とする。ただし、 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 、 $0 < s < \cos \theta$ とする。

(1) s をとめて θ を変化させたとき、 P の y 座標の最大値 t を与える θ について、 $\cos \theta$ を s で表せ。

(2) (1) の t と s の関係を表す式を求めよ。

受 験 番 号

小 計

(この用紙にある問題は必修問題である)

(必修)

(1) a を正の数, n を負でない整数とし, $I(a, n) = \begin{cases} \int_0^1 x^a (1-x)^n dx & (n \geq 1) \\ \int_0^1 x^a dx & (n = 0) \end{cases}$ とする。

i) $n \geq 1$ のとき $I(a, n) = \frac{n}{a+1} I(a+1, n-1)$ となることを示せ。

ii) $I(a, n) = \frac{n!}{(a+1)(a+2)\cdots(a+n+1)}$ となることを示せ。

(2) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos x)^{\frac{5}{3}} \sin^7 x dx$ を求めよ。

(選択)

(この問題用紙にある4問題から2問題を選択し、
 答案用紙1枚ごとに1問ずつ解答すること)

1. 整数を成分とする行列の集合を M とし、 $G = \{A \mid A \in M \text{ かつ } A^{-1} \in M\}$ とする。

(1) $A = \begin{pmatrix} 2 & a \\ a & 5 \end{pmatrix}$ が G の要素であるとき、 a の値をすべて求めよ。

(2) $B = \begin{pmatrix} x & -1 \\ y^2 & 2x-3 \end{pmatrix}$ が G の要素であるとき、 (x, y) をすべて求めよ。ただし、 y は実数とする。

2. 双曲線 $x^2 - y^2 = 1$ の焦点の1つを $F(c, 0)$ ($c > 0$)とする。この双曲線上の点 $P(s, t)$ ($s > 0, t > 0$)における双曲線の接線を l とし、 F から l への垂線 m と l との交点を $Q(u, v)$ とする。

(1) l と m の方程式を s, t を用いて表せ。

(2) u, v を s, t を用いて表せ。

(3) u, v は $u^2 + v^2 = 1$ を満たすことを示せ。

3. $f(x) = x^3 - 3x + 3$ とする。 $f(x) = 0$ をニュートン法を用いて解くことを試みる。初期値がつぎの4つの場合： $x = -2, -1, 0, 1$ それぞれについてニュートン法を適用して、5回以内の反復で収束する場合は、解を小数点以下3桁まで正しく求めよ。5回以内に収束しない場合はその理由を述べよ。

ただし、ここではニュートン法の前の反復の結果との差が 10^{-3} 以下になったとき、収束したものとする。

4. 右の表は20歳の日本人女性36人の身長の数値分布である。

(1) この表から36人の女性の身長の平均値と標準偏差を求めよ。

(2) この表から計算される標準偏差が20歳の日本人女性の身長の標準偏差とみなしてよいものとしたとき、20歳の日本人女性の身長の平均値はどのような範囲に存在するか、95%の信頼度をもって答えよ。解答は小数点以下第1位まで正しく示せ。

ただし、身長の分布は正規分布に従うものとする。また、10以上の数 a の平方根 $\sqrt{a}$ は、 $\sqrt{a}$ に最も近い整数 n を用いて $\frac{1}{2}(n + \frac{a}{n})$ を $\sqrt{a}$ とみなしてよいものとする。

身長(cm)	度数
145～150	2
150～155	12
155～160	11
160～165	8
165～170	1
170～175	2
合 計	36

受 験 番 号