

a, b, c, d, e, f を実数とし、2 つの行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ および $B = \begin{pmatrix} b & a \\ e & f \end{pmatrix}$ を考える。また、 E を 2 次の単位行列とする。

- (1) $A^2 = -E$ ならば $b \neq 0, c \neq 0$ および $a + d = 0$ が成り立つことを示せ。
- (2) $A^2 = -E$ かつ $AB = -BA$ のとき $b + f = 0$ となることを示せ。

受 験 番 号

小 計

- (1) n を自然数とすると、数列の和

$$1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

が成り立つことを証明せよ。

- (2) 座標平面上で、三点 $O(0, 0)$, $A(1, 1)$, $B(2, 0)$ が与えられており、また、点 P が

$$\overrightarrow{OP} = 2t(1-t)\overrightarrow{OA} + t^2\overrightarrow{OB}$$

で定義されている。

この式において、 t が 0 から 1 まで変化するとき、点 P はある曲線 C の上を動く。この曲線 C と線分 OA , AB によって囲まれる部分の面積を区分求積法を使って求めよ。

受 験 番 号

小 計

座標平面上で媒介変数 θ で表された曲線 C

$$\begin{cases} x = -e^{-\theta} \cos \theta \\ y = e^{-\theta} \sin \theta \end{cases}$$

について、以下の問いに答えよ。

- (1) $0 \leq \theta \leq t$ の範囲における曲線 C の長さ $L(t)$ を求めよ。また、 $\lim_{t \rightarrow \infty} L(t)$ を求めよ。
- (2) $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ の範囲における曲線 C と x 軸, y 軸で囲まれた図形の面積を求めよ。

受 験 番 号

小 計