

工学部 平成 14 年度入学者選抜試験問題並びに答案用紙 (数学その 1)

1 xy 平面上で原点 O と単位円周上の点 $P(\cos \theta, \sin \theta)$ を考える。ただし $0^\circ < \theta < 90^\circ$ とする。

(1) $\overrightarrow{OP} \perp \overrightarrow{OQ}$ を満たす単位円周上の点を $Q(\cos \alpha, \sin \alpha)$ とする。このとき $Q(\cos \alpha, \sin \alpha)$ を $\sin \theta, \cos \theta$ を用いて表せ。
ただし $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ とする。

(2) 点 P を通り $\overrightarrow{OQ}$ に平行な直線 l のベクトル方程式を求めよ。

(3) l が x 軸と交わる点を A , y 軸と交わる点を B とする。このとき, 三角形 OAB の面積 S の最小値とそのときの θ の値を求めよ。

数 学
工 学 部

受 験 番 号

小 計

2 3 次方程式 $x^3 + x^2 + 3x - 5 = 0$ について, 以下の問いに答えよ。

(1) 解をすべて求めよ。

(2) 虚数解を z_1, z_2 とするとき, 複素数平面上の 2 点 z_1, z_2 間の距離を求めよ。

(3) (2)の複素数 z_1, z_2 について, 複素数平面上で $\angle z_1 z z_2$ が直角となるような複素数 z と z_1, z_2 の関係を示せ。
ただし $z \neq z_1, z \neq z_2$ とする。

(4) (3)の関係を満たす点 z 全体の描く図形を複素数平面上に示せ。

数 学
工 学 部

受 験 番 号

小 計

工学部 平成 14 年度入学者選抜試験問題並びに答案用紙 (数学その 3)

3 円 $C: x^2 + y^2 = 4$ と点 $(0, k)$ を通る x 軸に平行な直線 l を考える。ただし $0 < k < 2$ とする。原点を O , C と l の共有点を P, P' とし, 三角形 POP' について以下の問いに答えよ。

(1) 辺 PP' の長さ d を求めよ。

(2) $\angle POP'$ を θ とするとき, $\cos \theta$ を k を用いて表せ。

(3) 三角形 POP' の面積 S が最大となる k の値を求めよ。

数 学
工 学 部

受 験 番 号

小 計

4 以下の問いに答えよ。

- (1)
- A
- は 2 次正方行列でその逆行列が存在し, ある実数
- a, b
- に対して

$$A \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

が成り立つものとする。方程式

$$A \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

を満たす列ベクトル $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ を求めよ。

- (2) 次の方程式を満たす列ベクトル
- $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$
- を求めよ。

$$\begin{pmatrix} 5 & 5 & -1 \\ -4 & -3 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

- (3) (2)の結果を利用して次の方程式を満たす列ベクトル
- $\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}$
- を求めよ。

$$\begin{pmatrix} 5 & 5 & -1 \\ -4 & -3 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

なお, 逆行列の定義により,

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

である。

数 学
工 学 部

受 験 番 号

小 計

工学部 平成 14 年度入学者選抜試験問題並びに答案用紙 (数学その 5)

5 xy 平面上の曲線 $C: y = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$ について、以下の問いに答えよ。

(1) C 上の点 P における接線の傾きが 1 となるとき、 P の x 座標 a を求めよ。

(2) C について、 $0 \leq x \leq a$ の部分の長さ s を求めよ。

数 学
工 学 部

受 験 番 号

小 計

6 関数

$$f(x) = \begin{cases} x & (0 \leq x < \frac{\pi}{2}) \\ \pi - x & (\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi) \end{cases}$$

が与えられている。また,

$$g(x) = f(x) \sin x$$

とする。以下の問いに答えよ。

(1) $y = g(x)$ は直線 $x = \frac{\pi}{2}$ に関して対称であることを示せ。

(2) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2} - 0} g'(x)$ および $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2} + 0} g'(x)$ の値を求めよ。

(3) 定積分

$$I = \int_0^{\pi} g(x) dx$$

の値を求めよ。

数 学
工 学 部

受 験 番 号

小 計