

問題 1

(1) $\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right)$ を示せ。

(2) $f_0(x) = \sin x$, $f_{n+1}(x) = e^{-x} \frac{d}{dx} \{ e^x f_n(x) \}$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) で定義された関数 $f_n(x)$ を求めよ。

(3) (2) の関数 $f_n(x)$ に対して, $T_n = \sum_{k=0}^7 f_{8n+k}(0)$ を求めよ。

(4) (3) の T_n に対して, $S = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-4n} T_n$ を求めよ。

受 験 番 号

小 計

問題 2 次の定積分を求めよ。

(1) $\int_0^{\frac{2\pi}{3}} (2 \sin x - \frac{\pi}{3}) \cos (\frac{2\pi}{3} - x) dx$

(2) $\int_0^1 (x-1)^5 \sqrt{x^2-2x+3} dx$

教育人間科学部 数学Ⅲ・C

(解答を書ききれないときはこの用紙の裏面を利用してもよい。)

受 験 番 号

小 計

問題 3 $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ と書き, $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ (a, b, c, d は実数) とする。

- (1) $A^2 - (a + d)A + (ad - bc)E = O$ となることを示せ。
- (2) 任意の自然数 n に対して, $A^n = \alpha_n A + \beta_n E$ (α_n, β_n は実数) と表せることを示せ。
- (3) すべての実数 t に対して $A \neq tE$ であるとき, 各自然数 n に対して (2) の α_n, β_n は一組しかないことを示せ。

受 験 番 号

小 計

問題 4 座標平面上に $x^2 - y^2 = 1$ かつ $x > 0$ で定められた曲線 H 上の点 $P(p, q)$ と、 x 軸上の点 $S(s, 0)$ (ただし $s > 0$, $s \neq 1$) がある。

- (1) 線分 PS の長さを p, s で表せ。
- (2) S を中心とする円 C が H と共有する点は、第 1 象限においては 2 個以下であることを示せ。
- (3) S は固定し、 P を H 上で動かして、 PS の長さが最小になるときの p を s で表せ。また、そのとき、 P における H の接線と直線 PS は、互いに垂直であることも示せ。
- (4) S を中心とする円 C と H の共有点が 3 点である場合は、円 C の半径は 1 より大きいことを示せ。

受 験 番 号

小	計