

工学部 平成 15 年度入学者選抜試験問題並びに答案用紙 (数学その 1)

1 xy 平面上において原点 $O(0, 0)$ より点 $A(1, 0)$ へ至る位置ベクトルを $\vec{a}$, 点 $B(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ へ至る位置ベクトルを $\vec{b}$ とする。次の問に答えよ。

(1) ベクトル $\vec{p}$ を $\vec{p} = \cos \theta \vec{a} + \sin \theta \vec{b}$ ($|\theta| \leq 90^\circ$) とするとき, $|\vec{p}|$ が最小となるベクトルを $\vec{p}_1$, 最大となるベクトルを $\vec{p}_2$ とする。 $\vec{p}_1$ と $\vec{p}_2$ を求めよ。

(2) $\vec{p}_1$ が x 軸となす角 α_1 と $\vec{p}_2$ が x 軸となす角 α_2 を求めよ。

(3) $\sqrt{\frac{2}{3}} \vec{p}_2$ を位置ベクトルとする点 P は, $\triangle OAB$ の内部に存在するか否かを判定せよ。

数 学
工 学 部

受 験 番 号

小 計

工学部 平成 15 年度入学者選抜試験問題並びに答案用紙 (数学その 2)

2 半径 a の円に内接する正 5 角形の一辺の長さ l は, $\sin 36^\circ$ の値を求めることで計算できる。そのため, まず $\sin 18^\circ$ の値を求めてから l を計算することとする。次の問に答えよ。

(1) 90° を 5 等分する角度が 18° であることから, $\theta = 18^\circ$ は方程式 $\sin 2\theta = \cos 3\theta$ を満たすことを示せ。

(2) 恒等式 $\cos 3\theta = 4\cos^3\theta - 3\cos\theta$ が成立することを示せ。

(3) $\sin\theta = x$ として設問(1)で示した方程式を x に対する方程式に書き換えよ。また, この方程式を解き $\sin 18^\circ$ の値を求めよ。

(4) 半径 a の円に内接する正 5 角形を参考にして l の値を求めよ。

数 学
工 学 部

受 験 番 号

小 計

工学部 平成 15 年度入学者選抜試験問題並びに答案用紙 (数学その 3)

3 定数 a, b, c を含む 3 次関数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ において, 変数 x の異なる値 x_1 と $x_2 (x_2 > x_1)$ に対し,
 $D = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$ を考える。次の問に答えよ。

(1) D を, 分母に $x_2 - x_1$ を含まない x_1 と x_2 の多項式で表わせ。

(2) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を書け。

(3) x_1 と x_2 での導関数の値の平均 $M = \frac{f'(x_1) + f'(x_2)}{2}$ は, D より大きいことを示せ。

(4) $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2}{2}$ での導関数の値 $T = f'(\bar{x})$ は, D より小さいことを示せ。

(5) $f'(x_m) = D$ となる x_m が x_1 と x_2 の間に少なくとも一つあることを示せ。

数 学
工 学 部

受 験 番 号

小 計

工学部 平成 15 年度入学者選抜試験問題並びに答案用紙 (数学その 4)

4 2 次の正方行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ について次の問に答えよ。

(1) A の n 個の積を A^n と書き, 一般に $A^n = A^{n-1}A$ と定められている。しかし, AA^{n-1} のように計算しても結果は同じになること, すなわち, $A^n = A^{n-1}A = AA^{n-1}$ であることを証明したい。

(a) $n = 3$ の場合について, 行列の積の「結合法則」を使って証明せよ。

(b) (a)で証明した結果に基づき, $n > 3$ について証明せよ。

(2) A^{n-1} を $\begin{pmatrix} a_{n-1} & b_{n-1} \\ c_{n-1} & d_{n-1} \end{pmatrix}$ と表す。(1)で証明した関係 $A^{n-1}A = AA^{n-1}$ を成分 $a, b, c, d, a_{n-1}, b_{n-1}, c_{n-1}, d_{n-1}$ を使って表せ。

(3) 行列 A^n を $\begin{pmatrix} a_n & b_n \\ c_n & d_n \end{pmatrix}$ と表す。 $b = c$ ならば $b_n = c_n$ であることを示せ。

数 学
工 学 部

受 験 番 号

小 計

工学部 平成 15 年度入学者選抜試験問題並びに答案用紙 (数学その 5)

5 3次元空間の点 A の座標を $(0, 1, 2)$, 点 R の座標を $(1, 0, 1)$ とする。また, 平面 $z = 1$ 上において, 点 $Q(0, 0, 1)$ を中心とする半径 a の円盤を C とする。以下の問に答えよ。

(1) C の周上にある任意の点を P とし, QP が QR となす角度 θ を用いてその座標を $(a \cos \theta, a \sin \theta, 1)$ と表わす。A と P を通る直線 L の方程式を求めよ。

(2) L と平面 $z = h (0 \leq h \leq 1)$ の交点 B の座標を求めよ。

(3) P が $0 \leq \theta < 2\pi$ の範囲で変化するとき, 平面 $z = h$ 上に B が描く軌跡を図示せよ。

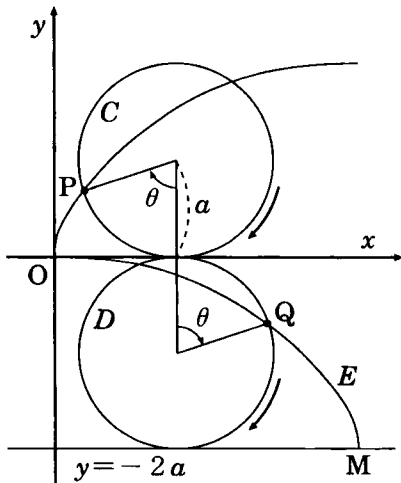
(4) A に点光源があるとき, C に遮られて光が当たらない領域のうち $z \geq 0$ の部分の体積を求めよ。

数 学
工 学 部

受 験 番 号

小 計

6 xy 平面上に、半径がともに a である 2 つの円 C と D があり、 C が x 軸上を、 D が直線 $y = -2a$ 上をすべることなく回転するものとする。2 つの円の回転角はつねに一致させるものとし、その角度を $\theta (0 \leq \theta \leq \pi)$ とする。 C の円周上に固定された点 P と、 D の円周上に固定された点 Q が $\theta = 0$ においてはともに原点 O に位置していたものとし、 Q の軌跡を E 、 $\theta = \pi$ のときに Q が到達する点を M とする。次の問に答えよ。



- (1) 2 つの円 C 、 D の中心の座標、および 2 点 P 、 Q の座標をそれぞれ a と θ で表せ。
- (2) 2 点 P 、 Q の間の距離 d を a と θ で表せ。
- (3) 2 点 P 、 Q を通る直線は、 Q における曲線 E の接線となることを示せ。ただし、 P と Q が一致する場合を除く。
- (4) Q と M の間の曲線 E の長さ l を求めよ。また、その長さと(2)で求めた P 、 Q 間の距離との和 $l + d$ は、回転角 θ によらず一定であることを示せ。

数 学
工 学 部

受 験 番 号

小 計