

教育人間科学部 平成 20 年度入学者選抜試験 (数学Ⅲ・C)問題並びに答案用紙 表紙

試験開始までに、表紙の注意事項をよく読むこと。ただし、中を見たり、裏返したりしてはいけません。

筆記具は、試験開始まで、手にとってはいけません。

(注 意 事 項)

1. 試験開始の合図があったら、すぐに用紙の種類と枚数(4 枚)を確かめて、受験番号をすべての用紙に記入してください。
この配布物には、次の計 4 枚が含まれています。
教育人間科学部 平成 20 年度入学者選抜試験 (数学Ⅲ・C)問題並びに答案用紙 表紙
教育人間科学部 平成 20 年度入学者選抜試験問題並びに答案用紙 (数学Ⅲ・C その 1)
教育人間科学部 平成 20 年度入学者選抜試験問題並びに答案用紙 (数学Ⅲ・C その 2)
教育人間科学部 平成 20 年度入学者選抜試験問題並びに答案用紙 (数学Ⅲ・C その 3)
2. 試験終了後、配布したすべての用紙を回収します。
3. 配布の用紙が上記の 1. と異なっているときや、印刷が不鮮明なときには手を挙げて監督者に知らせてください。
4. 各「試験問題並びに答案用紙」の右下隅にある小計の欄には何も記入してはいけません。
5. 解答を書ききれないときは、その問題が記載してある用紙の裏面を利用してもかまいません。その場合は、問題記載の面の右下方に裏面使用と記すこと。その問題に関して他の用紙に書いたことは、採点の対象としません。

受 験 番 号

問題 1

- (1) (ア) $\frac{d}{dx} \sin(\pi \sqrt{1-x^2})$ の $x = \frac{\sqrt{15}}{4}$ における値を求めよ。
- (イ) $p > 0, a > 0$ のとき, $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^p - a^p}{\sqrt{x} - \sqrt{a}}$ を求めよ。
- (ウ) $\frac{d}{dx} \int_0^{x^2} \frac{1}{(1+t)^2} dt$ を求めよ。
- (2) (ア) 3 以上の自然数 n に対して $A_n = (\log 2 + \log 3 + \log 4 + \cdots + \log n) - n \log n$ とおくと
 $-(n-1) < A_n < \log n - (n-1)$ となることを示せ。
- (イ) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log 3 + \log 5 + \log 7 + \log 9 + \log 11 + \cdots + \log(2n-1)}{\log 2 + \log 3 + \log 4 + \log 5 + \log 6 + \cdots + \log n}$ を求めよ。

受 験 番 号

小 計

問題 2

(1) $I_n = \int_1^{e^2} (\log x)^n dx$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) とおく。数列 $\{I_n\}$ の漸化式を求めよ。

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n}{n!} \int_1^{e^2} (\log x)^n dx$ の値を求めよ。ただし、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^n \frac{x^k}{k!} = e^x$ であることを用いてよい。

受 験 番 号

小 計

問題 3 実数 $a_i, b_i (i = 1, 2, 3, 4)$ に対し, 行列 $A = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \end{pmatrix}$ と $A_{ij} = \begin{pmatrix} a_i & a_j \\ b_i & b_j \end{pmatrix} (i < j)$ を考える。

行列 $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ に対して, $\Delta(X) = ad - bc$ とおく。

(1) $\Delta(A_{12}) \neq 0$ かつ $(A_{12})^{-1}A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ とする。 $\Delta(A_{34}) \neq 0$ を示し, $(A_{34})^{-1}A$ を求めよ。

(2) $i < j < k$ のとき, $b_i b_j b_k \neq 0$ かつ $\Delta(A_{ij}) = \Delta(A_{ik}) = 0$ とする。 $\Delta(A_{jk}) = 0$ を示せ。

(3) 正の実数 x, y に対し, $a_i = x^{i-1}, b_i = y^{4-i}$ とする。 $\Delta(A_{14}) = 0$ ならば, $i < j$ のとき $\Delta(A_{ij}) = 0$ となることを示せ。

受 験 番 号

小 計