

平成 20 年 度 入 学 者 選 抜 試 験 問 題

表 紙（工学部 数 学）

機械システム工学科, 電気電子システム工学科, コンピュータ・メディア工学科, 土木環境工学科, 応用化学科, 生命工学科,
および 特別教育プログラムの受験生へ

● 用紙の配付, 回収についての注意 :

配られた用紙は, この「表紙」, 「計算用紙」および「問題並びに答案用紙 (数学その 1)」から「問題並びに答案用紙 (数学その 6)」までの計 8 枚です。すべての用紙に受験番号を記入して下さい。試験終了後にすべて回収します。

● 答案を書く用紙についての注意 :

出題された各問題に対する答案は, その問題が印刷されている「問題並びに答案用紙」に書いて下さい。必要ならば, 答案の続きを用紙の裏に書いてもかまいません。その場合, 裏にも答案が書かれていることがはっきりと分かるように, 表に書き示して下さい。

循環システム工学科の受験生へ

● 用紙の配付, 回収についての注意 :

配られた用紙は, この「表紙」, 「計算用紙」および「問題並びに答案用紙 (数学その 1)」から「問題並びに答案用紙 (数学その 3)」までの計 5 枚です。すべての用紙に受験番号を記入して下さい。試験終了後にすべて回収します。

● 答案を書く用紙についての注意 :

出題された各問題に対する答案は, その問題が印刷されている「問題並びに答案用紙」に書いて下さい。必要ならば, 答案の続きを用紙の裏に書いてもかまいません。その場合, 裏にも答案が書かれていることがはっきりと分かるように, 表に書き示して下さい。

受 験 番 号

- 1 原点から出発し, xy 平面内を移動する点 P を考える。点 P は 1 回の操作ごとに移動し, 第 n 回目の操作で到達した点を $P_n(x_n, y_n)$ とする。第 1 回目の操作では, 点 P を原点から, x 軸の正の方向に $\frac{4}{5}$, y 軸の正の方向に $\frac{5}{4}$ 移動させる。このとき, x 軸方向の移動距離は $\frac{4}{5}$, y 軸方向の移動距離は $\frac{5}{4}$ である。次からは, 1 回の操作ごとに, 点 P を, x 軸の正の方向に, 直前の操作での x 軸方向の移動距離の $\frac{4}{5}$ 倍, y 軸の正の方向に, 直前の操作での y 軸方向の移動距離の $\frac{5}{4}$ 倍移動させる。

(1) x_2, y_2 を求めよ。

(2) 階差数列 $\{x_{n+1} - x_n\}, \{y_{n+1} - y_n\}$ の漸化式を, それぞれ求めよ。

(3) 数列 $\{x_n\}$ の一般項を求めよ。

(4) 2 点 P_{n-1}, P_n を通る直線の傾きが, 1000 より大きくなる最小の n の値を求めよ。ただし, $\log_{10} 2 = 0.301$ とする。

数 学
工 学 部

受 験 番 号

小 計

2 xy 平面上に 3 点 $O(0, 0)$, $A(3, 2)$, $B(2, 4)$ があり, $\overrightarrow{OP} = s\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB}$ とする。ただし, s, t は実数とする。

(1) 実数 s, t が, $0 \leq s \leq 1, \frac{1}{2} \leq t \leq \frac{3}{2}$ の範囲にあるとき, 点 P の存在する範囲を xy 平面上に図示せよ。

(2) 実数 s, t が (1) の範囲にあり, さらに, $s = 1 - t$ を満たすとき, 点 P の存在する範囲を xy 平面上に図示せよ。

(3) (2) の条件のもとで, $\overrightarrow{OP}$ の大きさが最小となる点 P の座標と, そのときの $\overrightarrow{OP}$ の大きさを求めよ。

数 学
工 学 部

受 験 番 号

小 計

3 a, b, c を実数の定数とし, 関数 $f(x)$ を $f(x) = (x - a)(x - b) - c^2$ とする。

(1) 2 次方程式 $f(x) = 0$ の判別式は, 0 または正であることを示せ。

(2) 2 次関数 $y = f(x)$ のグラフの概形を図示せよ。ただし, 2 次方程式 $f(x) = 0$ の 2 つの解を α, β ($\alpha \leq \beta$) とする。

(3) 実数 k が $f(k) \leq 0$ を満たしているとき, α, β および k の大小関係を, 不等号を用いて表せ。

(4) k を実数の定数とする。 t の 2 次方程式 $k(t^2 + 1) = at^2 + 2ct + b$ が実数解をもてば,
 $\alpha \leq k \leq \beta$ であることを示せ。

数 学
工 学 部

受 験 番 号

小 計

- 4 中心を O とする半径 1 の円に内接する二等辺三角形 ABC がある。この二等辺三角形の等しい 2 辺を AB, AC とし、辺 OB と OC のなす角を 2θ とする。ただし、 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ とする。

(1) 二等辺三角形 ABC の周の長さを l としたとき、 l を θ を用いて表せ。

- (2) (1) で求めた長さ l を $f(\theta)$ とおくとき、 $f(\theta)$ の増減を調べよ。
さらに、長さ l が最大となる θ の値と、そのときの l の値を求めよ。

数 学
工 学 部

受 験 番 号

小 計

5 関数 $f(x)$ を $f(x) = \log(2 - x)$ とする。ただし, $x < 2$ とする。

(1) $-1 \leq x < 2$ における曲線 $y = f(x)$ の概形を図示せよ。

(2) 曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(t, f(t))$ における接線 ℓ の方程式を求めよ。

(3) t を定数とし, $-1 \leq t \leq 1$ とする。 x の区間 $[-1, 1]$ で, 曲線 $y = f(x)$ と (2) の接線 ℓ ではさまれた部分の面積 S を求めよ。さらに, 面積 S が最小となる t の値と, そのときの S の値を求めよ。

数 学
工 学 部

受 験 番 号

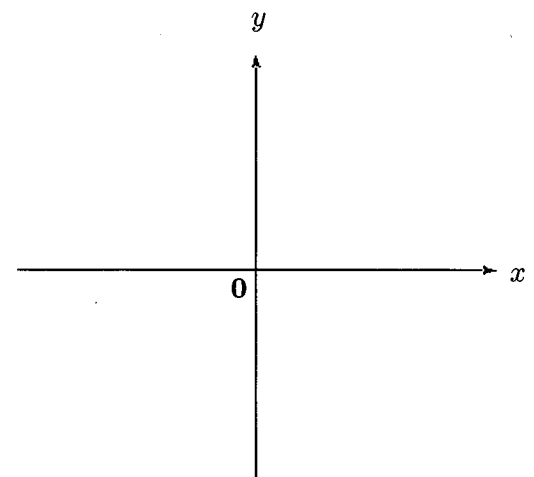
小 計

6 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ で, $\tan 2\theta = \frac{4}{3}$ とする。

(1) $\sin \theta, \cos \theta, \tan \theta$ の値を求めよ。

(2) 行列 $P = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 8 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ とする。このとき, $AP = PB$ を満たす行列 B を求めよ。

(3) (2) で求めた行列 B に対し, 行列の積 $\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} B \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ を計算せよ。また, 曲線 $\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} B \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 1$ の概形を図示せよ。



数 学
工 学 部

受 験 番 号

小 計