

平成 24 年 度 入 学 者 選 抜 試 験 問 題

表 紙 (工学部・生命環境学部 数 学)

(注 意 事 項)

1. 試験開始までに表紙の注意事項をよく読んでください。
2. 試験開始の合図があったら、すぐに種類と枚数が以下のとおりであることを確かめた上で、受験番号を8枚すべてに記入してください。

|                              |             |
|------------------------------|-------------|
| 表紙                           | 1 枚         |
| 計算用紙 その1 および その2             | 各 1 枚 計 2 枚 |
| 問題並びに答案用紙 (数学その1) から (数学その5) | 各 1 枚 計 5 枚 |
3. 試験終了後、すべての用紙を回収します。
4. 配付された用紙が上記 2. と異なっているときや印刷が不鮮明なときは、手を挙げて監督者に知らせてください。
5. 出題された各問題に対する答案は、その問題が印刷されている「問題並びに答案用紙」に書いてください。  
必要ならば、答案の続きを用紙の裏に書いてもかまいません。その場合、裏にも答案が書かれていることがはっきりと分かるように、表に書き示してください。
6. 「問題並びに答案用紙」の右下隅にある小計の欄には何も記入してはいけません。

受 験 番 号

1 次の問題文の枠内にあてはまる数あるいは数式を解答欄に記入せよ。

- (1) 関数  $f(x)$  が  $p$  を周期とする周期関数であるとは、すべての  $x$  で等式 ア が成立することである。関数  $g(x) = \sin^2\left(5x + \frac{\pi}{3}\right)$  の正の最小の周期は イ である。
- (2) 実数  $x$  が  $-\pi < x \leq \pi$  のとき、無限級数  $\sum_{k=1}^{\infty} \sin^k x$  が収束する条件は、 $x$  の値が ウ 以外るときであり、収束するときの無限級数の和は エ である。
- (3)  $\int_{-10}^0 \frac{1}{(x+11)(x+12)} dx =$  オ であり、 $\int_{-10}^0 \log(x+11) dx =$  カ である。
- (4) 楕円  $9x^2 + 4y^2 + 36x - 40y + 100 = 0$  の2つの焦点のうち、 $y$  座標が大きい方の座標は キ である。この楕円の長軸の長さは ク である。
- (5) 関数  $f(x)$  を  $f(x) = 2x^2 + 1$  とし、区間  $[0, 1]$  を  $n$  等分した小区間を、 $\left[\frac{0}{n}, \frac{1}{n}\right], \left[\frac{1}{n}, \frac{2}{n}\right], \dots, \left[\frac{n-1}{n}, \frac{n}{n}\right]$  とする。各小区間を底辺とする  $n$  個の長方形の面積の総和をとる。 $k$  番目の小区間  $\left[\frac{k-1}{n}, \frac{k}{n}\right]$  において、長方形の高さとして左端での関数  $f(x)$  の値を用いたとき、この小区間での長方形の面積は ケ となり、それらの長方形の面積の総和を  $s_n$  とする。また、 $k$  番目の小区間  $\left[\frac{k-1}{n}, \frac{k}{n}\right]$  において、長方形の高さとして右端での関数  $f(x)$  の値を用いたときの長方形の面積の総和を  $S_n$  とする。このとき、 $S_n - s_n$  は コ となる。

## 解答欄

|   |                                                               |   |  |
|---|---------------------------------------------------------------|---|--|
| ア |                                                               | イ |  |
| ウ | $\left( \quad \quad \right)$ または $\left( \quad \quad \right)$ | エ |  |
| オ |                                                               | カ |  |
| キ | $\left( \quad \quad , \quad \quad \right)$                    | ク |  |
| ケ |                                                               | コ |  |

数 学 そ の 1  
工 学 部・生命環境学部

受 験 番 号

小 計

2 次の問いに答えよ。

(1) 多項式  $f(x)$  を  $x-1$  で割ると 3 余り,  $x-2$  で割ると 2 余るとき,  $f(x)$  を  $(x-1)(x-2)$  で割ったときの余りを求めよ。

(2) 不等式  $0 < \log(x^2 - 4x + 3) - \log(x^2 - 6x + 8) < \log 2$  を満たす  $x$  の範囲を求めよ。

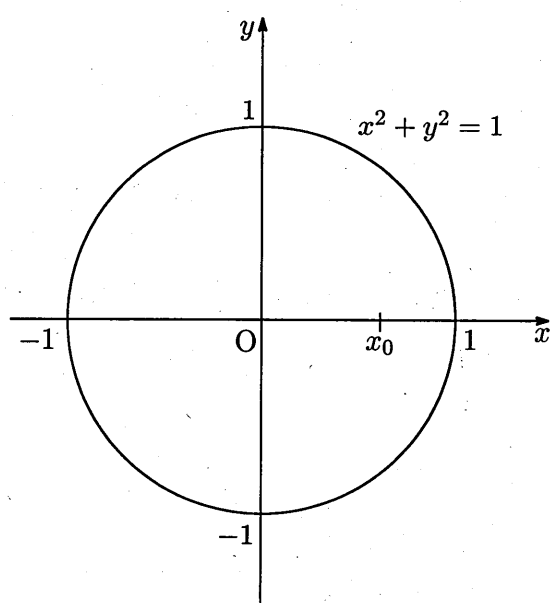
(3)  $f(x)$  が等式  $f(x) = x^2 + \int_0^x f'(t)e^{t-x} dt$  を満たしているとき,  $f(x)$  を求めよ。

数 学 そ の 2  
工 学 部・生命環境学部

|         |
|---------|
| 受 験 番 号 |
|         |

|     |
|-----|
| 小 計 |
|     |

- 3 円  $C: x^2 + y^2 = 1$  と点  $A(x_0, 0)$  があり,  $0 < x_0 < 1$  とする。原点  $O$  と円  $C$  上の点  $B$  を通る直線  $l_1$  と線分  $AB$  の垂直二等分線  $l_2$  の交点を  $P$  とする。点  $B$  が円  $C$  上を動くとき, 点  $P$  の軌跡の方程式を求めよ。また, その方程式が表す図形を下の座標平面上に図示せよ。



数 学 そ の 3  
工 学 部・生命環境学部

|         |
|---------|
| 受 験 番 号 |
|         |

|     |
|-----|
| 小 計 |
|     |

4 自然数  $n$  に対して,  $S_n = \int_0^\pi \sin^n x \, dx$  とする。

(1)  $S_1$  および  $S_2$  を求めよ。

(2)  $\frac{S_{n+2}}{S_n} = \frac{n+1}{n+2}$  を示せ。

(3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} n S_n S_{n+1}$  を求めよ。

数 学 そ の 4  
工 学 部・生命環境学部

|         |
|---------|
| 受 験 番 号 |
|         |

|     |
|-----|
| 小 計 |
|     |

5 実数を成分とする行列  $M = \begin{pmatrix} 1 & b \\ b & 1-a \end{pmatrix}$ ,  $M' = \begin{pmatrix} 1 & b' \\ b' & 1-a' \end{pmatrix}$ ,  $P = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$  が  $MM' = M'M$ ,  $a \neq 0$ ,  $a' \neq 0$  を

満たし,  $P^{-1}MP$  が対角行列であるとする。ここで, 対角行列とは  $\begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \beta \end{pmatrix}$  の形の行列である。

(1)  $a, b, a', b'$  の間に成り立つ関係式を求めよ。

(2)  $\tan 2\theta$  を  $a, b$  を用いた式で表せ。

(3)  $P^{-1}M'P$  が対角行列であることを示せ。

数 学 そ の 5  
工 学 部・生 命 環 境 学 部

|         |
|---------|
| 受 験 番 号 |
|         |

|     |
|-----|
| 小 計 |
|     |