

平成 29 年 度 入 学 者 選 抜 試 験

表紙（工学部・生命環境学部 数学Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ）

(注 意 事 項)

1. 試験開始までに表紙の注意事項をよく読んでください。
2. 試験開始の合図があったら、すぐに種類と枚数が以下のとおりであることを確かめた上で、受験番号を 8 枚すべてに記入してください。

表紙		1 枚
計算用紙 計算用紙 1 および計算用紙 2	各 1 枚	計 2 枚
問題用紙		1 枚
答案用紙（数学Ⅰ・Ⅱ・Ⅲその 1）から（数学Ⅰ・Ⅱ・Ⅲその 4）	各 1 枚	計 4 枚
3. 試験終了後、すべての用紙を回収します。
4. 配付された用紙が上記 2. と異なっているときや印刷が不鮮明なときは、手を挙げて監督者に知らせてください。
5. 出題された各問題に対する解答は、その問題番号が上部に印刷されている「答案用紙」に記入してください。
必要ならば、解答の続きを答案用紙の裏に書いてもかまいません。その場合、裏にも解答が書かれていることがはっきりと分かるように、表に書き示してください。
6. 「答案用紙」の右下隅にある小計の欄には何も記入してはいけません。

受 験 番 号

問題用紙 (工学部・生命環境学部 数学I・A・II・B・III)

- 1 (1) 複素数平面上において、次の等式を満たす点 z 全体は、それぞれどのような図形か。
- (A) $|iz + 2 - 2\sqrt{3}i| = 4$
- (B) $|z| = |z - 2\sqrt{3} - 6i|$
- (2) $\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$ のとき、関数 $f(x) = \cos^2 x + 3\sin x + 1$ の最大値および最小値を求めよ。
- (3) n を自然数とすると、 $(1 + \sqrt[3]{2})^n$ が整数 a_n, b_n および c_n を用いて、 $a_n + b_n\sqrt[3]{2} + \frac{c_n}{\sqrt[3]{2}}$ と表されることを数学的帰納法によって証明せよ。
- 2 1 辺の長さが 1 の正四面体 OABC において、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}, \overrightarrow{OB} = \vec{b}, \overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とする。また、線分 OA を 3:1 に内分する点を D, $\triangle BCD$ の重心を G とする。
- (1) 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ の値を求めよ。
- (2) $\overrightarrow{OG}$ を $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を用いて表せ。
- (3) 直線 OG と平面 ABC の交点を E とするとき、 $\overrightarrow{OE}$ を $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を用いて表せ。
- (4) 線分 OG の長さ L を求めよ。
- (5) $\triangle OBG$ の面積 S を求めよ。
- 3 a を負でない定数とし、関数 $f(x)$ を $f(x) = \sin x - x + ax^3$ とする。
- (1) $f(0), f'(0), f''(0), f'''(0)$ を求めよ。
- (2) $x \geq 0$ において、つねに $f''(x) \geq 0$ となるような a の値の範囲を求めよ。
- (3) (2) で求めた範囲の a に対し、 $x \geq 0$ において、つねに $0 \leq x - \sin x \leq ax^3$ となることを証明せよ。
- 4 n を自然数とする。関数 $f(x)$ を $f(x) = \frac{1}{e^x + 1}$ とする。
- (1) $f(x)$ はつねに減少することを示せ。
- (2) 不定積分 $\int \frac{1}{t(t+1)} dt$ を求めよ。
- (3) 定積分 $\int_0^n f(x) dx$ を求めよ。また、不等式 $\int_0^n f(x) dx < \log 2$ を証明せよ。
- (4) 不等式 $\frac{1}{e^1 + 1} + \frac{1}{e^2 + 1} + \frac{1}{e^3 + 1} + \cdots + \frac{1}{e^n + 1} < \log 2$ を証明せよ。

受 験 番 号