

数 学

注意事項

1. 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
2. 試験開始の指示があったら、すぐに「問題」と「答案用紙」および「計算用紙」の種類と枚数が以下のとおりであることを確認し、受験番号を「答案用紙」の6枚すべてに記入してください。
 - 問題 1枚
 - 答案用紙 (数学その1)～(数学その6) 各1枚 計6枚
 - 計算用紙 (その1)～(その3) 各1枚 計3枚

(この「注意事項」は「計算用紙(その3)」のうら面に印刷されています。)
3. 「問題」1枚と「答案用紙」6枚および「計算用紙」3枚の種類や枚数が異なる場合や印刷が不鮮明な場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
4. 解答は各答案用紙の指定された場所を書いてください。(数学その1)および(数学その2)では、おもて面に解答し、(数学その3)～(数学その6)では、うら面を使用する場合はその旨を記してください。
5. 「問題」1枚および「計算用紙」3枚は草案として使用してもかまいませんが、採点対象とはしません。必ず持ち帰ってください。
6. 試験終了後、「答案用紙」6枚はすべて回収します。上から(数学その1)、(数学その2)、…、(数学その6)の順に、おもて面を上にして、ひろげた状態で用紙の上下をそろえて6枚重ねてください。
7. すべての確認作業が終了するまで着席しててください。

平成30年度入学者選抜試験問題（数学）

1 次の問題文の空欄 から にあてはまるものを解答欄に記入せよ。

(1) $\int_0^\pi x \cos x \, dx =$ であり, $\int_0^\pi x^2 \cos x \, dx =$ である。

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1+3x}{1-4x} \right)^{\frac{1}{x}} =$ である。

(3) 関数 $f(x)$ が任意の実数 x に対して $f(x) = \sin x + \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(t) \cos t \, dt$ を満たすとき, $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(t) \cos t \, dt =$ となる。

(4) 自然数 k に対して, k 次多項式 $P_k(x)$ は k 次の項の係数が 1 であり, 次の恒等式を満たすとする。

$$(1-x^2)P_k''(x) - 2xP_k'(x) + k(k+1)P_k(x) = 0$$

このとき, $P_2(x) =$ であり, $P_3(x) =$ である。

(5) 座標空間において, 3 点 $A(1, 0, 0)$, $B(0, 2, 0)$, $C(0, 0, 3)$ を通る平面を α とする。 α に関して原点 O と対称な点 D の座標は であり, 三角形 OCD の面積は である。

2 次の問題文の空欄 から にあてはまるものを解答欄に記入せよ。

(1) 実数 x, y が $x^2 + xy + y^2 = 1$ を満たすとき, $x^2 + 2xy$ の最大値は であり, 最小値は である。

(2) n を 3 以上の自然数とする。1 の n 乗根 $z_0, z_1, z_2, \dots, z_{n-1}$ は $0 = \arg z_0 < \arg z_1 < \dots < \arg z_{n-1} < 2\pi$ を満たすとする。 $S_n = \frac{z_0 - z_{n-1}}{z_0 + z_{n-1}} + \sum_{m=1}^{n-1} \frac{z_m - z_{m-1}}{z_m + z_{m-1}}$ とし, S_n の虚部を I_n とする。このとき, $I_6 =$ であり, $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n =$ である。

(3) $(1+5^{3^1}+25^{3^1})(1+5^{3^2}+25^{3^2})(1+5^{3^3}+25^{3^3}) \cdots (1+5^{3^{98}}+25^{3^{98}})(1+5^{3^{99}}+25^{3^{99}}) \cdot \frac{1}{1-5^{3^{100}}} =$ である。

3 A, B の 2 人が正四面体のサイコロとコインによってゲームをする。正四面体のサイコロの 4 つの面に 1, 2, 3, 4 の数字が書いてあり, サイコロを投げるとどの面も同じ確率で下に向き, 下に向いた面に書かれた数を出た数とする。コインを投げると表と裏が出る確率が同じであり, 表が出ると 1, 裏が出ると 2 を出した数とする。A はサイコロを投げ, 出た数の回数だけコインを投げて, そのコインの出た数の合計を得点とする。B はサイコロとコインを 1 回ずつ投げ, それぞれの出た数の積を得点とする。A の得点が B の得点より大きくなる確率を求めよ。

4 $0 \leq z + \bar{z} \leq 1 \leq |z|$ を満たす複素数 z の集合を A とする。 A を複素数平面上に図示せよ。また, z が領域 A を動くとき, $-z^{-1}$ が動く領域 B を複素数平面上に図示せよ。

5 $f(x) = \frac{1}{2} \log x - \frac{1}{4} x^2$ とする。曲線 $y = f(x)$ 上の点 $A(x_0, y_0)$ における法線上に点 $B(x_1, y_1)$ があり, $AB = 1$ かつ $y_1 > y_0$ を満たす。 x_0 が区間 $1 \leq x_0 \leq \sqrt{3}$ を動くとき, 点 A の描く曲線を C_0 , 点 B の描く曲線を C_1 とする。

(1) 曲線 C_0 の長さを求めよ。

(2) x_1, y_1 を x_0 で表せ。

(3) 曲線 C_1 の長さを求めよ。

6 a, b を 2 以上の整数とする。 $\log_a b$ が有理数ならば, 正の整数 m, n と 2 以上の整数 c が存在して, $a = c^m, b = c^n$ と表されることを示せ。