

表紙（工学部・生命環境学部 数学Ⅰ・A・Ⅱ・B・Ⅲ）

（注意事項）

1. 試験開始までに表紙の注意事項をよく読んでください。
2. 試験開始の合図があったら、すぐに種類と枚数が以下のとおりであることを確かめた上で、受験番号を8枚すべてに記入してください。

表紙		1枚
計算用紙 計算用紙1および計算用紙2	各1枚	計2枚
問題用紙		1枚
答案用紙（数学Ⅰ・A・Ⅱ・B・Ⅲその1）から（数学Ⅰ・A・Ⅱ・B・Ⅲその4）	各1枚	計4枚
3. 試験終了後、すべての用紙を回収します。
4. 配付された用紙が上記2.と異なっているときや印刷が不鮮明なときは、手を挙げて監督者に知らせてください。
5. 出題された各問題に対する解答は、その問題番号が上部に印刷されている「答案用紙」に記入してください。必要ならば、解答の続きを答案用紙の裏に書いてもかまいません。その場合、裏にも解答が書かれていることがはっきりと分かるように、表に書き示してください。
6. 「答案用紙」の右下隅にある小計の欄には何も記入してはいけません。

受験番号

問題用紙 (工学部・生命環境学部 数学Ⅰ・A・Ⅱ・B・Ⅲ)

- 1
 - (1) 整数 a, b はともに 3 で割った余りが 1 である。このとき, ab を 3 で割ると余りは 1 であることを示せ。また, 整数 m, n がともに 3 の倍数でないとき, $m^2 + n^2$ を 3 で割った余りを求めよ。
 - (2) 実数 x, y が $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$ の範囲を動くとする。 $X = 3x + 2y, Y = 2x + 3y$ とするとき, 点 (X, Y) の動く領域を XY 平面上に図示せよ。
 - (3) n を整数とすると, 複素数 $z = \frac{(\sqrt{3} + i)^n (\sqrt{3} + 3i)}{-1 + i}$ は実数でないことを示せ。ただし, i は虚数単位である。
- 2

a, b, p, q を実数とし, $a \neq b$ とする。 xy 平面において, 2 直線 $y = 2ax, y = 2bx$ が放物線 $C: y = x^2 + 2px + q$ と接している。

 - (1) p および q を, a, b を用いた式で表せ。
 - (2) a, b が $a^2 + b^2 = 4$ の関係を保ちながら動くとき, p の値の範囲を求めよ。
 - (3) a, b が $a^2 + b^2 = 4$ の関係を保ちながら動くとき, C の頂点の軌跡を求めよ。
- 3

関数 $f(x) = xe^{-x}$ に関する次の問いに答えよ。

 - (1) $x > 0$ のとき $f(x) < \frac{2}{x}$ を示せ。また, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ を求めよ。
 - (2) 関数 $y = f(x)$ の増減, 凹凸, および変曲点を調べよ。
 - (3) 曲線 $y = f(x)$ と x 軸および 2 直線 $x = \frac{1}{2}, x = 1$ で囲まれた図形を x 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積 V を求めよ。
- 4

2 以上の整数 n と実数 p_n に対し, xy 平面上の曲線 $A_n: y = p_n x^n$ と 曲線 $B: y = \log x$ を考える。この 2 つの曲線が共有点 $(a_n, \log a_n)$ をもち, この点で共通の接線をもつとする。

 - (1) p_n および a_n を, n を用いて表せ。
 - (2) A_n, B および x 軸で囲まれた図形の面積 S_n を, n を用いて表せ。
 - (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 S_n$ を求めよ。なお, 不等式 $1 + \frac{1}{n} + \frac{1}{2n^2} \leq e^{\frac{1}{n}} \leq \frac{2n^2 - 1}{2n(n-1)}$ ($n \geq 2$) を利用してもよい。

受 験 番 号