

令和3年度入学者選抜試験

表紙（工学部 数学Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ）

(注 意 事 項)

- 試験開始までに表紙の注意事項をよく読んでください。
- 試験開始の合図があったら、すぐに種類と枚数が以下のとおりであることを確かめた上で、受験番号を8枚すべてに記入してください。

表紙		1枚
計算用紙 計算用紙1および計算用紙2	各1枚	計2枚
問題用紙		1枚
答案用紙（数学Ⅰ・Ⅱ・Ⅲその1）から（数学Ⅰ・Ⅱ・Ⅲその4）	各1枚	計4枚
- 試験終了後、すべての用紙を回収します。
- 配付された用紙が上記2.と異なっているときや印刷が不鮮明なときは、手を挙げて監督者に知らせてください。
- 出題された各問題に対する解答は、その問題番号が上部に印刷されている「答案用紙」に記入してください。
必要ならば、解答の続きを答案用紙の裏に書いてもかまいません。その場合、裏にも解答が書かれていることがはっきりと分かるように、表に書き示してください。
- 「答案用紙」の右下隅にある小計の欄には何も記入してはいけません。

受 験 番 号

令和 3 年 度 入 学 者 選 抜 試 験

計算用紙 1 (工学部 数学Ⅰ・A・Ⅱ・B・Ⅲ)

計算用紙は採点の対象になりません。必要事項は答案用紙に転記してください。

受 験 番 号

令和 3 年 度 入 学 者 選 抜 試 験

計算用紙 2 (工学部 数学Ⅰ・A・Ⅱ・B・Ⅲ)

計算用紙は採点の対象になりません。必要事項は答案用紙に転記してください。

受 験 番 号

問題用紙 (工学部 数学Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ)

- 1 (1) $a > 0, b > 0$ 、かつ $a^2 + b^2 = 1$ のとき、等式 $\log_a b^2 = \log_b ab$ を満たす実数 a, b の値を求めよ。
- (2) n が自然数のとき、等式
- $$\frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \frac{3}{4!} + \cdots + \frac{n}{(n+1)!} = 1 - \frac{1}{(n+1)!}$$
- が成り立つことを証明せよ。
- (3) 複素数平面上において、原点を中心とする円に内接する正三角形がある。この正三角形の頂点を反時計回りに $A(\alpha)$, $B(\beta)$, $C(\gamma)$ とする。このとき、 $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma}$ の値を求めよ。
- 2 a, b を正の実数とし、 s, t を $0 < s < 1, 0 < t < 1$ を満たす実数とする。座標平面上に原点 O と 2 点 $A(a, 0)$, $B(0, b)$ がある。線分 OA を $s : (1-s)$ に内分する点を P , 線分 BA を $t : (1-t)$ に内分する点を Q , 線分 BP と線分 OQ の交点を R とする。 $\overrightarrow{OR} = k \overrightarrow{OQ}$ とするとき、次の問いに答えよ。
- (1) k を s, t で表せ。
- (2) R が線分 OP を直径とする円の円周上にあるとする。このとき、 $k = \frac{(1-t)b^2}{t^2a^2 + (1-t)^2b^2}$ であることを示せ。
- (3) (2) のときの R が、 $\triangle OAB$ の重心 G と一致するとき、 $\frac{a}{b}$ の値を求めよ。
- 3 関数 $f(x) = 2 - \frac{2x-3}{x^2-3x+3}$ について、次の問いに答えよ。
- (1) すべての実数 x に対して、 $f(x) > 0$ であることを示せ。
- (2) xy 平面において、曲線 $y = f(x)$ と x 軸および 2 直線 $x = k, x = k+1$ とで囲まれた部分の面積を $S(k)$ とする。ただし、 k は実数である。このとき、 $S(k)$ を k を用いて表せ。
- (3) k が実数全体を動くとき、(2) で定めた $S(k)$ の最大値を求めよ。
- 4 n を 3 以上の自然数とし、 A を正の定数とする。面積が A である正 n 角形の周の長さを L_n とし、 $x_n = \frac{\pi}{n}$ とする。また、面積が A である円の円周の長さを L とする。このとき、次の問いに答えよ。
- (1) L_3 を A を用いて表せ。
- (2) L_n を A と x_n を用いて表せ。
- (3) 関数 $f(x) = \frac{\tan x}{x} \left(0 < x \leq \frac{\pi}{3} \right)$ の増減を調べ、とり得る値の範囲を求めよ。
- (4) 数列 $L, L_3, L_4, L_5, \dots, L_n, \dots$ について、値が最大の項と最小の項を求め、それぞれを A を用いて表せ。

受 験 番 号