

数 学

注意事項

1. 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
2. 試験開始の指示があったら、すぐに「問題」と「答案用紙」および「計算用紙」の種類と枚数が以下のとおりであることを確認し、受験番号を「答案用紙」の5枚すべてに記入してください。
 - 問題 1枚
 - 答案用紙 (数学その1) ～ (数学その5) 各1枚 計5枚
 - 計算用紙 (その1) ～ (その2) 各1枚 計2枚

(この「注意事項」は「計算用紙(その2)」のうら面に印刷されています。)
3. 「問題」1枚と「答案用紙」5枚および「計算用紙」2枚の種類や枚数が異なる場合や印刷が不鮮明な場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
4. 解答は各答案用紙の指定された場所を書いてください。(数学その1) および(数学その2)では、おもて面に解答し、(数学その3) ～ (数学その5)では、うら面を使用する場合はその旨を記してください。
5. 「問題」1枚および「計算用紙」2枚は草案として使用してもかまいませんが、採点対象とはしません。必ず持ち帰ってください。
6. 試験終了後、「答案用紙」5枚はすべて回収します。上から(数学その1)、(数学その2)、…、(数学その5)の順に、おもて面を上にして、ひろげた状態で用紙の上下をそろえて5枚重ねてください。
7. すべての確認作業が終了するまで着席しててください。

令和3年度入学者選抜試験問題（数学）

1 次の問題文の空欄 から にあてはまるものを解答欄に記入せよ。

- (1) 6個の値 5, 1, 11, 3, a , b からなるデータの平均値が 5.5, 中央値が 4.5 であるとする。ただし, $a < b$ とする。このとき, $a =$ であり, $b =$ である。
- (2) 整式 $P(x) = x^6 - 4x^5 + x^4 + x^2 - 4x + 1$ を考える。 $y = x + \frac{1}{x}$ とおくと, $\frac{P(x)}{x^3} =$ のように y の 1 次式の積に因数分解できる。また, 方程式 $P(x) = 0$ の実数解のうち最小のものを求めると $x =$ となる。
- (3) a を正の定数とする。座標平面上の原点 $O(0, 0)$ と定点 $A(x_1, 0)$ (ただし $x_1 \neq 0$) について, $OP : AP = 1 : a$ である点 $P(x, y)$ の軌跡が点 $(2, 0)$ を中心とする半径 1 の円となるときの, $x_1 =$, $a =$ である。
- (4) 座標平面上に 3 点 $A(3, 0)$, $B(2, 2)$, $C(3, 3)$ がある。直線 l が $\angle ABC$ を 2 等分するとき, l の傾きは であり, y 切片は である。
- (5) 座標空間に 3 点 $A\left(\frac{1}{2}, 0, 0\right)$, $B\left(0, \frac{1}{3}, 0\right)$, $C\left(0, 0, \frac{1}{4}\right)$ があり, 3 点 A, B, C を通る平面に垂直なベクトルの 1 つを求めると $\vec{n} = \left(1, \text{>}, \text{>}\right)$ である。原点 $O(0, 0, 0)$ とこの平面の距離は である。また, 実数 α に対して座標が $(\alpha, 2\alpha, 3\alpha)$ である点を D とし, 原点 O に関する位置ベクトルが $2\vec{n}$ となる点を E とする。原点 O と点 E が点 D を中心とする球面上にあるとき, $\alpha =$ である。

2 次の問題文の空欄 から にあてはまるものを解答欄に記入せよ。

- (1) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \{\cos(x + \sin x) + \cos(x - \sin x)\} dx =$ であり, $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(\sin x) \sin 2x dx =$ である。
- (2) 複素数 α, β が $\alpha\bar{\beta} + \bar{\alpha}\beta = 0$, $|\alpha - \beta| = 2$ を満たすとき, $2|\alpha| + |\beta|$ の値が最大となるのは, $|\alpha| =$, $|\beta| =$ のときである。
- (3) 等式 $2021x + 312y = 1$ を満たす整数 x, y のうち, $|x| + |y|$ の値が最小である x, y の組は, $(x, y) =$ である。

3 5 人が円形のテーブルに向かって着席し, 1 枚の硬貨と 2 枚のカードを使うゲームを行う。最初は 5 人のうち 1 組の隣り合う 2 人がカードを 1 枚ずつ持っている。このとき, 次の操作 P を行う。

P: カードを持っている 2 人が 1 人ずつ硬貨を投げる。2 人とも硬貨を投げた後, 表が出た人は右隣の人にカードを渡し, 裏が出た人は左隣の人にカードを渡す。

この P を 1 回の操作とし, 次々と操作 P を続けていく。ただし, 操作 P を終えた各段階でカードを両隣から渡され 2 枚のカードを持った人がいたら, その人を勝者としてその時点でゲームを終える。操作 P を 10 回終えた段階で勝者が決まらない場合も, その時点でゲームを終わりとする。 $n \leq 9$ のとき, 操作 P を n 回終えた段階で勝者が決まらずゲームが終わらない確率を p_n とする。

- (1) p_2, p_3 を求めよ。
- (2) p_6 を求めよ。

4 任意の自然数 m に対して, $\sum_{k=1}^n k^m$ は n についての $(m+1)$ 次式で表されることを証明せよ。ただし, $m=1$ のとき

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2} \text{ となり, } n \text{ についての 2 次式で表されることは証明なしで使ってよい。}$$

5 $x > 0$ で定義された関数 $f(x) = \log x - (\log x)^2$ の第 n 次導関数 $f^{(n)}(x)$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) に対して, 方程式 $f^{(n)}(x) = 0$ の解を $x = x_n$ とおく。このとき, $\frac{x_{n+1}}{x_n}$ を求めよ。