数　学

注意事項

1. 試験開始の指示があるまで，この冊子を開いてはいけません。

2. 試験開始の指示があったら，すぐに「問題」と「答案用紙」および「計算用紙」の種類と枚数が以下のとおりであることを確認し，**受験番号を「答案用紙」の５枚すべてに記入してください。**

   - 問題　　１枚
   - 答案用紙　（数学その１）～（数学その５）　各１枚　計５枚
   - 計算用紙　（その１）～（その２）　各１枚　計２枚

   （この「注意事項」は「計算用紙（その２）」のうら面に印刷されています。）

3. 「問題」１枚と「答案用紙」５枚および「計算用紙」２枚の種類や枚数が異なる場合や印刷が不鮮明な場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。

4. 解答は各答案用紙の指定された場所に書いてください。（数学その１）および（数学その２）では，おもて面に解答し，（数学その３）～（数学その５）では，うら面を使用する場合はその旨を記してください。

5. 「問題」１枚および「計算用紙」２枚は草案として使用してもかまいませんが，採点対象とはしません。必ず持ち帰ってください。

6. 試験終了後，**「答案用紙」５枚はすべて回収します。**上から（数学その１），（数学その２），…，（数学その５）の順に，おもて面を上にして，ひろげた状態で用紙の上下をそろえて５枚重ねてください。

7. すべての確認作業が終了するまで着席していてください。

計算用紙　（その１

令和4年度入学者選抜試験答案用紙（数学その5）

5 の解答を書いてください。

受　験　番　号

小　　計

令和4年度入学者選抜試験答案用紙（数学その4）

4 の解答を書いてください。

受　験　番　号

小　　計

令和4年度入学者選抜試験答案用紙（数学その3）

3 の解答を書いてください。

受　験　番　号

小　　計

令和4年度入学者選抜試験答案用紙（数学その2）

2 の解答を必ず解答欄内に書いてください。

(1) サ

シ

(2) ス

セ

(3) ソ

(4) タ

受験番号

小計

令和4年度入学者選抜試験答案用紙（数学その1）

1 の解答を必ず解答欄内に書いてください。

(1) ア

イ

ウ

エ

(2) オ

カ

(3) キ

(4) ク

ケ

(5) コ

受験番号

小計

令和４年度入学者選抜試験問題（数学）

1 次の問題文の空欄 $\boxed{\text{ア}}$ から $\boxed{\text{コ}}$ にあてはまるものを解答欄に記入せよ。

(1) 次の４つの命題の真偽を調べると，命題１「有理数と有理数の和は有理数である」は $\boxed{\text{ア}}$ ，命題２「正の無理数と正の無理数の和は無理数である」は $\boxed{\text{イ}}$ ，数列 $\{a_n\}$ に関する命題３「$\lim_{n\to\infty} a_n = 0 \implies \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ は収束する」は $\boxed{\text{ウ}}$ であり，命題３の逆は $\boxed{\text{エ}}$ である。（解答は「真」または「偽」で答えよ。）

(2) 鈍角三角形の３辺の長さが $x, x+2, x+5$ であるとき，x のとりうる値の範囲は $\boxed{\text{オ}} < x < \boxed{\text{カ}}$ である。

(3) 円に内接する四角形 ABCD があり，辺の長さはそれぞれ AB $= 3$, BC $= 4$, CD $= 5$, DA $= 6$ である。このとき，四角形 ABCD の面積は $\boxed{\text{キ}}$ である。

(4) 大，中，小３個のさいころを投げたとき，出た目の数をそれぞれ a, b, c とする。$a = b + c$ となる確率は $\boxed{\text{ク}}$ であり，$a \leqq b \leqq c$ となる確率は $\boxed{\text{ケ}}$ である。

(5) 平面上の２つのベクトル $\vec{a}, \vec{b}$ が $|3\vec{a} + \vec{b}| = 2$ と $|2\vec{b} - \vec{a}| = 1$ を満たすとき，内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ の最大値は $\boxed{\text{コ}}$ である。

2 次の問題文の空欄 $\boxed{\text{サ}}$ から $\boxed{\text{タ}}$ にあてはまるものを解答欄に記入せよ。

(1) $x_n = 10 + \dfrac{n}{10}$ $(n = 1, 2, \cdots, 10)$ であるデータ $x_1, x_2, \cdots, x_{10}$ の分散を小数で表すと $\boxed{\text{サ}}$ である。また，$y_n = x_n^3$ $(n = 1, 2, \cdots, 10)$ であるデータ $y_1, y_2, \cdots, y_{10}$ の平均値を小数で表すと $\boxed{\text{シ}}$ である。

(2) 自然数 n に対して，$I_n = \displaystyle\int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} (1 - x^2)^{-\frac{n}{2}}\, dx$ とする。このとき，$I_3 = \boxed{\text{ス}}$ であり，$I_7 = \boxed{\text{セ}}$ である。

(3) i は虚数単位とする。$z = \cos\dfrac{2\pi}{9} + i\sin\dfrac{2\pi}{9}$ のとき，$z^7 - 5z^6 + z^4 - 5z^3 + z + 7 = \boxed{\text{ソ}}$ である。

(4) xyz 空間において，点 $\mathrm{P}(0, -1, 2)$ を中心とする半径５の球面およびその内部を S，点 $\mathrm{Q}(\sqrt{3}, 1, -1)$ を中心とする半径５の球面およびその内部を T とする。S と T の共通部分の体積は $\boxed{\text{タ}}$ である。

3 自然数 n に対して，xyz 空間の n^3 個の点からなる集合

$$X(n) = \{(x, y, z) \mid x, y, z \text{ は } 0 \text{ 以上 } n-1 \text{ 以下の整数}\}$$

を考える。$X(n)$ から１点 (x, y, z) を選んだとき，$x^2 + y^2 - z^2$ が n の倍数となる確率を p_n とする。ただし，$X(n)$ のどの点も選ばれる確率は等しく $\dfrac{1}{n^3}$ とする。このとき，p_3 および p_5 を求めよ。

4 xy 平面上の楕円 $C : \dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ $(a > b > 0)$ を考える。C の２つの焦点を $\mathrm{F}_1, \mathrm{F}_2$ とする。また，C 上に $-a < p < a$ となる点 $\mathrm{P}(p, q)$ をとり，P における接線を l とする。点 $\mathrm{F}_1, \mathrm{F}_2$ から直線 l に垂線を下ろし，交点をそれぞれ $\mathrm{H}_1, \mathrm{H}_2$ とする。このとき，$\triangle \mathrm{F}_1\mathrm{PH}_1$ と $\triangle \mathrm{F}_2\mathrm{PH}_2$ は相似であり，$\angle \mathrm{F}_1\mathrm{PH}_1 = \angle \mathrm{F}_2\mathrm{PH}_2$ であることを示せ。ただし，点 $\mathrm{H}_1, \mathrm{H}_2$ は点 P と異なることを認めてよい。

5 xy 平面上に曲線 $C : y = x^2 - 2x + 2$ $(0 < x < 1)$ がある。C 上の点 P における接線を l とする。x 軸と l との交点を A，y 軸と l との交点を B とする。点 P が曲線 C 上を動くとき，$R = \dfrac{\mathrm{BP}}{\mathrm{AP}}$ の最大値を求めよ。