

数 学

(平成 8 年 度)

〔注意事項〕

1. 試験開始の合図までこの冊子を開いて見てはいけません。
2. 解答には黒鉛筆を使用しなさい。
3. 受験番号を解答用紙 C 9—1 の表と裏, C 9—2 の表に必ず記入しなさい。
4. この冊子には 3 つの問題があります。この問題冊子の印刷不鮮明, ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れに気付いた場合は手を挙げて監督者に知らせなさい。
5. 解答は必ず解答用紙 C 9—1 および C 9—2 の指定箇所(問題番号と一致する番号のところ)に記入しなさい。
6. 下書きにはこの冊子の余白を使用しなさい。
7. 試験終了後, 問題冊子を持ち帰ってもよい。

1 行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ で表される xy 平面上の 1 次変換 f により, 3 点 $(1, 1)$,

$(-1, 1)$, $(2, 4)$ は放物線 $C: y = x^2$ 上の異なる 3 点に移される。

ただし, $a \neq 0$ とする。次の問いに答えよ。

(1) 行列 A を a を用いて表せ。

(2) f により C 上の点はすべて C 上の点に移されることを示せ。

2 O を中心とする半径1の円に内接する三角形 ABC があり、ベクトル $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$ が

$$3\overrightarrow{OA} + 4\overrightarrow{OB} + 5\overrightarrow{OC} = \vec{0}$$

を満たしている。次の問いに答えよ。

(1) 内積 $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$, $(\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC})$, $(\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OA})$ の値を求めよ。

(2) 三角形 ABC の面積を求めよ。

3 O を原点とする xy 平面上に 2 点 $A(a, a^2)$, $B(b, b^2)$ ($a < 0 < b$) があり, $\angle AOB$ は直角である。次の問いに答えよ。

(1) 上の条件を満たしながら 2 点 A , B が動くとき, 線分 AB の中点の軌跡の方程式を求めよ。

(2) 線分 OA と放物線 $y = x^2$ とで囲まれる部分の面積を S_1 , 線分 AB と (1) の軌跡とで囲まれる部分の面積を S_2 とする。

$$S_1 = 4 S_2$$

となるような点 A , B の座標を求めよ。