

数 学

(平成 8 年 度)

〔注意事項〕

1. 試験開始の合図までこの冊子を開いてみてはいけません。
2. 解答には黒鉛筆を使用しなさい。
3. 受験番号を解答用紙 C 8 の表と裏に必ず記入しなさい。
4. この冊子には 4 問題あります。試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は手を挙げて監督者に知らせなさい。
5. 解答は必ず解答用紙 C 8 の指定箇所（問題番号と一致する番号のところ）に記入しなさい。
6. 下書きにはこの冊子の余白を使用しなさい。
7. 試験終了後、問題冊子を持ち帰ってもよい。

1 各項が正の数である数列 $\{a_n\}$ が $a_1 = 2$ と関係式

$$a_{n+1}^2 a_n = a_{n+1} + \frac{2(n+2)}{n(n+1)} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たすとき、次の問いに答えよ。

(1) a_2, a_3 を求めよ。

(2) a_n を n の式で表せ。

- 2 行列 $\begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$ で表される 1 次変換によって, 4 点 $(0, 0)$, $(2, 1)$, $(3, 3)$, $(1, 2)$ を頂点とする平行四辺形の内部および周上のどの点も 4 点 $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(1, 1)$, $(0, 1)$ を頂点とする正方形の内部または周上に移されるとき, 点 (a, b) の存在する範囲を図示せよ。

3 xyz 空間内に 2 点 $A(1, 2, -15)$, $B(9, 1, 7)$ と直線

$$\ell: x - 4 = \frac{y + 4}{-2} = \frac{z - 9}{2}$$

がある。B から ℓ にひいた垂線と ℓ との交点を H とする。次の問いに答えよ。

(1) A と ℓ を含む平面 α の方程式を求めよ。

(2) H の座標および線分 BH の長さを求めよ。

(3) α 上の点 C で $CH = BH$ かつ直線 CH と ℓ が直交するときの C の座標を求めよ。

4 放物線 $C: y = x^2$ と直線 $\ell: y = x + a$ ($a > 0$) の2つの交点を M, N とする。直線 ℓ と y 軸の交点を P とし、 C の M における接線と N における接線の交点を Q とする。直線 MN と直線 PQ が直交するとき、次の問いに答えよ。

(1) a の値を求めよ。

(2) 放物線 C と2直線 MQ, NQ によって囲まれる図形の面積を求めよ。