

数 学

(平成 8 年 度)

〔注意事項〕

1. 試験開始の合図までこの冊子を開いてみてはいけません。
2. 解答には黒鉛筆を使用しなさい。
3. 受験番号を解答用紙 C 11 の表と裏に必ず記入しなさい。
4. この冊子には 4 つの問題があります。この問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れに気付いた場合は手を挙げて監督者に知らせなさい。
5. 解答は必ず解答用紙 C 11 の指定箇所（問題番号と一致する番号のところ）に記入しなさい。
6. 下書きにはこの冊子の余白を使用しなさい。
7. 試験終了後、問題冊子を持ち帰ってもよい。

1 方程式

$$\sin x + \sin 2x + \sin 3x = \cos x + \cos 2x + \cos 3x$$

の正の解のうちで最小のものを α とするとき、次の問いに答えよ。

(1) α の値を求めよ。

(2) $\tan \alpha + \tan 2\alpha + \tan 3\alpha$ の値を求めよ。

2 xy 平面上の 1 次変換 f と 2 直線

$$l_1: y = x$$

$$l_2: y = x + 1$$

について、次の問いに答えよ。

- (1) 「 l_1 上のどの点も f によって l_1 上に移るならば l_2 上のどの点も f によって l_2 上に移る」というのは、つねに正しいか。理由を述べて答えよ。
- (2) 「 l_2 上のどの点も f によって l_2 上に移るならば l_1 上のどの点も f によって l_1 上に移る」というのは、つねに正しいか。理由を述べて答えよ。

3 数列 $\{x_n\}$ が $x_1 = \frac{1}{3}$, $x_2 = \frac{1}{7}$ と関係式

$$x_{n+2} = \frac{x_{n+1}x_n}{4x_{n+1}x_n - 6x_{n+1} + 5x_n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たしているとき、次の問いに答えよ。

(1) $y_n = \frac{1}{x_n} + a$ とおいたとき、関係式

$$y_{n+2} = by_{n+1} + cy_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

が得られた。このような定数 a, b, c の値を求めよ。

(2) x_n を n の式で表せ。

4 次の問いに答えよ。

- (1) x の値にかかわらず、定積分

$$\int_{-1}^1 (|t - \sin x| + |t - \cos x|) dt$$

の値は一定であることを示せ。

- (2) x がすべての実数値をとるとき、定積分

$$\int_{-1}^1 (|t - \sin x| \cos x + |t - \cos x|) dt$$

の最大値と最小値を求めよ。