

数 学

(平成 9 年 度)

〔注意事項〕

1. 試験開始の合図までこの冊子を開いてみてはいけません。
2. 解答には黒鉛筆を使用しなさい。
3. 受験番号を解答用紙 D 11 の表と裏に必ず記入しなさい。
4. この冊子には 4 つの問題があります。この問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れに気付いた場合は手を挙げて監督者に知らせなさい。
5. 解答は必ず解答用紙 D 11 の指定箇所（問題番号と一致する番号のところに）記入しなさい。
6. 下書きにはこの冊子の余白を使用しなさい。
7. 試験終了後、問題冊子を持ち帰ってもよい。

1 次の問いに答えよ。

(1) $x^7 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + 1$ を $x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ で割ったときの商と余りを求めよ。

(2) x がすべての実数値をとるとき,

$$(x^3 + 2x^2 + 2x + 1)(x^7 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + 1)$$

の最小値とそのときの x の値を求めよ。

2 関数

$$f(x) = ax(1-x)$$

がある。 a を正の定数とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) $f(x) = x$ を満たす正の数 x が存在するときの a の値の範囲を求めよ。
- (2) $f(f(x)) = x$ を満たす正の数 x がちょうど 2 個存在する場合はあるか。理由を述べて答えよ。ただし、 $f(f(x))$ は $af(x)(1-f(x))$ のことである。

3 次の問いに答えよ。

(1) $\log_2 x + \log_2 y + \log_2 z = 1 + \log_2(x + y + z)$

を満たす整数の組 (x, y, z) で $x \leq y \leq z$ であるものをすべて求めよ。

(2) $\log_2 ax + \log_2 by + \log_2 cz = 1 + \log_2(ax + by + cz)$

を満たす整数の組 (x, y, z) が存在するような正の整数の組 (a, b, c) は全部で何通りあるか。

4 関数

$$f(x) = (|x| + x)(x - \sin \theta) + (|x| - x)(x + \cos \theta)$$

がある。ただし、 $0^\circ < \theta < 90^\circ$ とする。 xy 平面上の領域 A と B を

$$A = \{(x, y) | x \leq 0 \text{ かつ } 0 \leq y \leq f(x)\},$$

$$B = \{(x, y) | 0 \leq x \text{ かつ } f(x) \leq y \leq 0\}$$

で定め、それぞれの面積の和を S とするとき、次の問いに答えよ。

(1) A と B を図示せよ。

(2) $t = \sin(\theta + 45^\circ)$ として、 S を t の式で表せ。

(3) θ が $0^\circ < \theta < 90^\circ$ の範囲を動くとき、 S のとりうる値の範囲を求めよ。