

数 学

(平成 10 年 度)

〔注意事項〕

1. 試験開始の合図までこの冊子を開いてみてはいけません。
2. 解答には黒鉛筆を使用しなさい。
3. 受験番号を解答用紙 A 7 の表と裏に必ず記入しなさい。
4. この冊子には 4 問題あります。試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は手を挙げて監督者に知らせなさい。
5. 解答は必ず解答用紙 A 7 の指定箇所（問題番号と一致する番号のところに）記入しなさい。
6. 下書きにはこの冊子の余白を使用しなさい。
7. 試験終了後、問題冊子を持ち帰ってもよい。

1 $AB = 3$, $BC = 2$, $CA = 4$ である $\triangle ABC$ の内心を P とし, 直線 AP と辺 BC の交点を D とする。 $\triangle ABC$ の内接円と辺 BC との接点を Q とし, Q を通り直線 AP に垂直な直線と辺 AC の交点を R とする。次の問いに答えよ。

(1) 内積 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ を求めよ。

(2) $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AP}$, $\overrightarrow{AQ}$ をそれぞれ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ を用いて表せ。

(3) 比 $AR : RC$ を求めよ。

2 実数 a に対し, x の方程式

$$x^4 + ax^2 + 1 = 0$$

が実数解 x_1, x_2, x_3, x_4 ($x_1 < x_2 < x_3 < x_4$) をもつとき, 次の問いに答えよ。

- (1) a の値の範囲を求めよ。
- (2) $x_1 + x_2 + x_3 + x_4, x_1x_2x_3x_4, x_1x_2 + x_3x_4$ の値をそれぞれ求めよ。
- (3) x_1, x_2, x_3, x_4 が等差数列であるとき, a, x_1, x_2 の値をそれぞれ求めよ。

3 関数

$f(\theta) = \sin^2 \theta - \sin \theta \sin 2\theta - 4 \cos 2\theta - 4 \cos \theta$ ($0^\circ \leq \theta < 360^\circ$) について、次の問いに答えよ。

- (1) $x = \cos \theta$ として、 $f(\theta)$ を x の式で表せ。
- (2) $f(\theta) = 0$ となる θ の値を求めよ。
- (3) θ の方程式 $f(\theta) = a$ が解をもつような定数 a の値の範囲を求めよ。

4 不等式 $-x \leq y \leq x - x^2$ の表す xy 平面上の領域を D とする。 a を $0 < a < 2$ を満たす定数とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) 点 $(a, -a)$, $(t, -a)$, $(t, t - t^2)$, $(a, t - t^2)$ が D に含まれる長方形の4頂点になるための t の条件を求めよ。
- (2) t が(1)の条件を満たしながら動くとき、(1)の長方形の面積の最大値を a で表せ。