

数 学

(平成 11 年 度)

〔注意事項〕

1. 試験開始の合図までこの冊子を開いてみてはいけません。
2. 解答には黒鉛筆を使用しなさい。
3. 受験番号を解答用紙 A 7 の表と裏に必ず記入しなさい。
4. この冊子には 4 問題あります。試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は手を挙げて監督者に知らせなさい。
5. 解答は必ず解答用紙 A 7 の指定箇所(問題番号と一致する番号のところに)記入しなさい。
6. 下書きにはこの冊子の余白を使用しなさい。
7. 試験終了後、問題冊子を持ち帰ってもよい。

1 関数 $f(x) = ax^2 + (5-a^2)x - 2$ について、次の問いに答えよ。

(1) 異なる2つの実数 x_1 と x_2 について、つねに

$$\frac{f(x_1) + f(x_2)}{2} < f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right)$$

となるための定数 a についての条件を求めよ。

(2) (1)の条件が満たされているとする。

$$g(t) = (t-1)f(t+1) + (t+1)f(t-1)$$

で定義される関数 $g(t)$ が、 $-1 < t < 0$ と $0 < t < 1$ でひとつずつ極値をとるための定数 a についての条件を求めよ。

2 x 軸上を移動する点 P がある。 P は原点から出発し、サイコロを 1 回投げるとき、1 か 2 の目が出たら正の方向に 1 進み、3 以上の目が出たら正の方向に 2 進む。サイコロを 7 回投げたとき、次の確率を求めよ。

- (1) P が途中で $x = 3$ に立ち寄る確率
- (2) P が途中で $x = 6$ に立ち寄る確率
- (3) P が途中で $x = 3$ にも $x = 6$ にも立ち寄る確率
- (4) P が途中で $x = 3$ にも $x = 6$ にも立ち寄らない確率

3 実数 a が与えられたとき、 $x + y \leq a$ を満たす x, y に対して、

$$-x^2 - y^2 + 2x + 2y$$

がとる最大値を $f(a)$ とする。次の問いに答えよ。

(1) $f(a)$ を求めよ。

(2) $b = f(a)$ のグラフを ab 平面上に描け。

(3) ab 平面上で $b = f(a)$ と直線 $b = 0$ 、直線 $a = c$ で囲まれる領域の面積が $\frac{27}{2}$ となるとき、 c の値を求めよ。

4 曲線 $y = x^2$ の上に異なる 2 点 P, Q をとり、 P での接線と Q での接線の交点の座標を (a, b) とする。 $b < 0$ であるとき、直線 PQ と $y = x^2$ で囲まれる領域のうちで $x \leq 0$ の部分の面積を S とし、 $x \geq 0$ の部分の面積を T とする。次の問いに答えよ。

(1) 点 P, Q の x 座標を a, b で表せ。

(2) $S - T$ を a, b で表せ。