

数 学

(平成 11 年 度)

〔注意事項〕

1. 試験開始の合図までこの冊子を開いてみてはいけません。
2. 解答には黒鉛筆を使用しなさい。
3. 受験番号を解答用紙 A11 の表と裏に必ず記入しなさい。
4. この冊子には 4 つの問題があります。この問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れに気付いた場合は手を挙げて監督者に知らせなさい。
5. 解答は必ず解答用紙 A11 の指定箇所(問題番号と一致する番号のところに)記入しなさい。
6. 下書きにはこの冊子の余白を使用しなさい。
7. 試験終了後、問題冊子を持ち帰ってもよい。

1 次の問いに答えよ。

- (1) x, y, z を実数とするとき,

$$|x - y| \quad \text{と} \quad |\sqrt{x^2 + z^2} - \sqrt{y^2 + z^2}|$$

の大小を比較せよ。

- (2) $x > z > y$ を満たす実数の組 (x, y, z) で

$$|x - y| = |\sqrt{x^2 + z^2} - \sqrt{y^2 + z^2}|$$

となるものは存在するか。理由を述べて答えよ。

2 a を $-1 \leq a \leq 1$ を満たす定数とする。 xy 平面上の 2 曲線

$$y = x^2 \quad \text{と} \quad y = x + a(|x - a| + a - 1)$$

によって囲まれる部分の面積を S とするとき、次の問いに答えよ。

(1) S を a の式で表せ。

(2) a が $-1 \leq a \leq 1$ の範囲を動くとき、 S の最大値、最小値とそのときの a の値を求めよ。

3 a, b を実数の定数とする x の方程式

$$x^4 + (a + b)(x + 1)x^2 + (ax + b)(bx + a) = 0$$

がある。方程式の異なる実数解の個数を n とするとき、次の問いに答えよ。

(1) $n \leq 1$ であるときの点 (a, b) の範囲を図示せよ。

(2) $n = 3$ であるときの点 (a, b) の範囲を図示せよ。

4 次の問いに答えよ。

(1) 複素数 a, b が, $ab = 1$ かつ $a^2 + b^2 = 1$ を満たすとき, $a^{1999} + b^{1999}$ の値を求めよ。

(2) 複素数 c が, $c^3 = 1$ を満たすとき, $\sum_{k=1}^{1999} \frac{c^k}{c^{2k} + 1}$ の値を求めよ。