

1 xy 平面上で、不等式 $|x| \leq |y| \leq 1$ の表す領域を D 、
不等式 $|x| \leq |y - a| \leq 1$ の表す領域を A とするとき、
次の問いに答えよ。

(1) D を図示せよ。

(2) $a = \frac{1}{2}$ のとき、 A と D の共通部分を図示せよ。

(3) a が $0 \leq a \leq 1$ の範囲を動くとき、 A と D の共通部分の面積の最小値とその
ときの a の値を求めよ。

2 x の整式 $f_n(x)$, $g_n(x)$ を $f_1(x) = x$, $g_1(x) = 1$ と関係式

$$\begin{cases} f_{n+1}(x) = xf_n(x) + (x^2 - 1)g_n(x) \\ g_{n+1}(x) = f_n(x) + xg_n(x) \end{cases} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定めるとき、次の問いに答えよ。

(1) $f_n(x)$ の定数項を a_n とするとき、 a_1 , a_2 , a_3 , a_4 をそれぞれ求めよ。

(2) $\sum_{k=1}^{2000} a_k$ の値を求めよ。

(3) $f_n(x)$ の最も次数の高い項を求めよ。

3 θ が $-90^\circ < \theta < 90^\circ$ の範囲を動くとき、定積分

$$I = \int_{-1}^1 (x \sin \theta + \cos \theta)^2 dx$$

について、次の問いに答えよ。

- (1) I のとりうる値の範囲を求めよ。
- (2) $I = 1$ となるとき θ の値を求めよ。
- (3) (2) で求めた θ の値に対して、定積分

$$\int_{-1}^1 |x \sin \theta + \cos \theta| dx$$

の値を求めよ。

4 複素数平面上で、点1と点 i を結ぶ線分を ℓ とする。ただし、 i は虚数単位で、点1と点 i は ℓ に含まれる。点 z_1 と点 z_2 が ℓ 上を動くとき、次の問いに答えよ。

(1) ℓ を図示せよ。

(2) 点 $z_1 + z_2$ の動く範囲を図示せよ。

(3) 点 $z_1 z_2$ の動く範囲を図示せよ。