

1 曲線  $C_1 : y = ax^2$  ( $a > 0$ ) と曲線  $C_2 : y = |x(x - 1)|$  がある。

次の問いに答えよ。

(1)  $C_1$  と  $C_2$  の共有点の  $x$  座標をすべて求めよ。

(2)  $C_1$  と  $C_2$  で囲まれる部分の面積を求めよ。

2  $a, b, c$  を整数とし,  $x$  の 3 次方程式

$$x^3 + ax^2 + bx + c = 0$$

は次の 2 つの条件を満たすとする。

- (i) 1 つの正の実数解と 2 つの虚数解をもつ。
- (ii) 解の絶対値はすべて 1 である。

このとき, 整数の組  $(a, b, c)$  をすべて求めよ。

**3**  $a$  は  $0 < a < 10$  を満たす定数とする。 $xy$  平面上に、関数

$$y = \begin{cases} 7 - \frac{x}{2} & (a < x < 10) \\ 12 - x & (10 \leq x < 12) \end{cases}$$

のグラフがある。点  $(x, y)$  がこのグラフ上を動くとき、 $(x, y)$ ,  $(a, y)$ ,  $(a, 0)$ ,  $(x, 0)$  を頂点とする長方形の面積が最大となるときの  $x$  を求めよ。

4 自然数  $n$  に対して、 $\sqrt{n}$  に最も近い整数を  $a_n$  とする。次の問いに答えよ。

(1)  $a_7, a_{50}$  を求めよ。

(2)  $a_n = 100$  となる自然数  $n$  の個数を求めよ。

(3)  $\sum_{k=1}^{2001} a_k$  の値を求めよ。