

A 1

数 学

(平成 17 年 度)

〔注意事項〕

1. 試験開始の合図まで、この冊子を開いてはならない。
2. 解答には黒鉛筆を使用しなさい。
3. 受験番号を2枚の解答用紙(A 7—1 から A 7—2)の3箇所にならず記入しなさい。(1枚目表裏の2箇所、2枚目は表のみ)
4. この冊子には3問題あります。試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は手を挙げて監督者に知らせなさい。
5. 解答は必ず解答用紙(A 7—1 と A 7—2)の指定箇所(問題番号と一致する番号のところ)に記入しなさい。
6. 下書きにはこの冊子の余白を使用しなさい。
7. 試験終了後、問題冊子を持ち帰りなさい。

1 次の問いに答えよ。

(1) 次の式をともにみたす x, y の組をすべて求めよ。

$$\begin{cases} \log_2 xy = \log_2 x \cdot \log_2 y \\ \log_2 \frac{y}{x} = \frac{3}{2} \end{cases}$$

(2) t は 0 以上の値をとりながら変化する。 xy 平面上において、点 $(2, 1)$ が常に
円

$$(x - t - 1)^2 + y^2 = \frac{a}{t + 1}$$

の外部にあるような正の定数 a の条件を求めよ。

- 2 s, t は $0 < s < 1, 0 < t < 1$ をみたす定数とする。平面上に異なる 2 点 A, B と直線 AB 上にない点 P があり, P は次の条件をみたしながら動く。

線分 PA を $s : (1 - s)$ に内分する点を Q, 線分 PB を $t : (1 - t)$ に内分する点を R とするとき, $\overrightarrow{AR}$ と $\overrightarrow{BQ}$ が直交する。

$\overrightarrow{PA} = \vec{a}, \overrightarrow{PB} = \vec{b}$ として, 次の問いに答えよ。

(1) 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ を $|\vec{a}|, |\vec{b}|, s, t$ を用いて表せ。

(2) $t|\vec{b}| < |\vec{a}| < \frac{|\vec{b}|}{s}$ が成り立つことを示せ。

(3) $\cos \angle APB$ の最小値を s, t を用いて表せ。

- 3 a を正の定数とする。 xy 平面上の曲線 $C : y = x^3 - ax$ 上の点 $P(t, t^3 - at)$ を通り、 P における接線と直交する直線を ℓ とする。

次の問いに答えよ。

- (1) ℓ の方程式を求めよ。
- (2) C と ℓ が異なる 3 点で交わるような t の範囲を求めよ。