

A 1

数 学

(平成 18 年 度)

〔注意事項〕

1. 試験開始の合図まで、この冊子を開いてはならない。
2. 解答には黒鉛筆を使用しなさい。
3. 受験番号を2枚の解答用紙(A 6—1からA 6—2)の3箇所にならず記入しなさい。(1枚目表裏の2箇所, 2枚目は表のみ)
4. この冊子には3問題あります。試験中に問題冊子の印刷不鮮明, ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は手を挙げて監督者に知らせなさい。
5. 解答は必ず解答用紙(A 6—1とA 6—2)の指定箇所(問題番号と一致する番号のところ)に記入しなさい。
6. 下書きにはこの冊子の余白を使用しなさい。
7. 試験終了後、問題冊子を持ち帰りなさい。

1 平面上に $\triangle OAB$ があり、 $OA = 5$ 、 $OB = 6$ 、 $AB = 7$ を満たしている。 s 、 t を実数とし、点 P を $\overrightarrow{OP} = s\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB}$ によって定める。次の問いに答えよ。

(1) $\triangle OAB$ の面積を求めよ。

(2) s 、 t が $s \geq 0$ 、 $t \geq 0$ 、 $1 \leq s + t \leq 2$ を満たすとき、点 P が存在しうる部分の面積を求めよ。

(3) s 、 t が $s \geq 0$ 、 $t \geq 0$ 、 $1 \leq 2s + t \leq 2$ 、 $s + 3t \leq 3$ を満たすとき、点 P が存在しうる部分の面積を求めよ。

2 xy 平面上に曲線 $C : y = 2x^2 - 3x + 2 + (x - 2)|x - 1|$ と

直線 $\ell : y = ax - a + 1$ がある。 C と ℓ で囲まれる部分の面積を $S(a)$ とする。次の問いに答えよ。

(1) $S(a)$ を求めよ。

(2) $S(a)$ の最小値を求めよ。

3 数列 $\{a_n\}$ に対し,

$$S_n = \sum_{k=1}^n a_k, \quad T_n = \sum_{k=1}^n a_k^2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

とおく。すべての自然数 n に対して、 $a_n > 0$ および関係式

$$(3n^2 + 3n - 1)S_n = 5T_n$$

が成り立つものとする。次の問いに答えよ。

(1) a_1, a_2, a_3 を求めよ。

(2) 一般項 a_n を推測し、その推測が正しいことを数学的帰納法を用いて証明せよ。