

A 1

数 学

(平成 19 年 度)

〔注意事項〕

1. 試験開始の合図まで，この冊子を開いてはならない。
2. 解答には黒鉛筆を使用しなさい。
3. 受験番号を2枚の解答用紙(A 6—1からA 6—2)の3箇所にならず記入しなさい。(1枚目表裏の2箇所，2枚目は表のみ)
4. この冊子には3問題あります。試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は手を挙げて監督者に知らせなさい。
5. 解答は必ず解答用紙(A 6—1とA 6—2)の指定箇所(問題番号と一致する番号のところ)に記入しなさい。
6. 下書きにはこの冊子の余白を使用しなさい。
7. 試験終了後，問題冊子を持ち帰りなさい。

1

(1) 連立方程式

$$\begin{cases} \log_{2x} y + \log_x 2y = 1 \\ \log_2 xy = 1 \end{cases}$$

を解け。

(2) $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta = \frac{13}{27}$ ($90^\circ < \theta < 180^\circ$) のとき, $\sin \theta$ および $\cos \theta$ の値を求めよ。

2 a を正の数とする。 xy 平面上の曲線 $C_1: y = x^2$ 上のすべての点を点 $(a, \frac{2}{3}a^2 + 1)$ に関して対称移動して得られる曲線を C_2 とする。次の問いに答えよ。

(1) C_2 の方程式を求めよ。

(2) C_1 と C_2 が異なる 2 点で交わるような a の範囲を求めよ。

(3) a が (2) の範囲を動くとき、 C_1 と C_2 の 2 交点 P, Q および点 $R(0, 2)$ を頂点とする三角形の面積を最大にする a の値を求めよ。

3 k を自然数とすると、

$$x < y < k < x + y$$

をみたす自然数の組 (x, y) の個数を a_k とする。次の問いに答えよ。

(1) a_7, a_8 を求めよ。

(2) n を自然数とすると、 a_{2n-1}, a_{2n} を n の式で表せ。

(3) n を自然数とすると、 $\sum_{k=1}^{2n} a_k$ を n の式で表せ。