

数 学

(平成 23 年 度)

〔注意事項〕

1. 試験開始の合図まで、この冊子を開いてはならない。
2. 解答には黒鉛筆を使用しなさい。
3. 氏名及び受験番号を2枚の解答用紙(A 7—1からA 7—2)の3箇所にならず記入しなさい。(1枚目表裏の2箇所, 2枚目は表のみ)
4. この冊子には3つの問題があります。試験中に問題冊子の印刷不鮮明, ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は手を挙げて監督者に知らせなさい。
5. 解答は必ず解答用紙(A 7—1とA 7—2)の指定箇所(問題番号と一致する番号のところ)に記入しなさい。
6. 下書きにはこの冊子の余白を使用しなさい。
7. 試験終了後, 問題冊子を持ち帰りなさい。

1 3次関数 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 4x + k$ について、次の問いに答えよ。ただし、 k は定数とする。

(1) $f(x)$ が極値をとるときの x を求めよ。

(2) 方程式 $f(x) = 0$ が異なる3つの整数解をもつとき、 k の値およびその整数解を求めよ。

2 xy 平面上の曲線 $y = x^2$ を C とする。点 $P_0(2, 4)$ における C の接線が直線 $y = 2$ と交わる点を $Q_1(a_1, 2)$ とする。次に、点 $P_1(a_1, a_1^2)$ における C の接線が直線 $y = a_1$ と交わる点を $Q_2(a_2, a_1)$ とする。以下同様に、点 (a_n, a_n^2) を P_n とし、 P_n における C の接線が $y = a_n$ と交わる点を $Q_{n+1}(a_{n+1}, a_n)$ として、 $P_2, Q_3, P_3, Q_4, \dots$ を定める。次の問いに答えよ。

(1) a_1 を求めよ。

(2) a_n を n の式で表せ。

(3) 線分 $P_n Q_{n+1}$, 線分 $P_{n+1} Q_{n+1}$, および C で囲まれる部分の面積を n の式で表せ。

3 1 辺の長さが 1 の正四面体 OABC において、3 辺 OA, OB, AC 上にそれぞれ点 D, E, F を $OD = \frac{1}{2}$, $OE = t$ ($0 < t < 1$), $AF = \frac{2}{3}$ となるようにとる。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とおくとき、次の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{DE}$, $\overrightarrow{DF}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, t を用いて表せ。

(2) $\overrightarrow{DE} \perp \overrightarrow{DF}$ のとき、 t の値を求めよ。

(3) 3 点 D, E, F が定める平面が直線 BC と交わる点を G とするとき、線分 BG の長さを t を用いて表せ。