

A 1

数 学

(平成 24 年 度)

〔注意事項〕

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 解答には黒鉛筆を使用しなさい。
3. 氏名及び受験番号を 2 枚の解答用紙(A 7—1 から A 7—2)の 3 箇所にならず記入しなさい。(1 枚目表裏の 2 箇所、2 枚目は表のみ)
4. この問題冊子には 3 つの問題があります。全ての問題を解答しなさい。
5. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
6. 解答は必ず解答用紙(A 7—1 と A 7—2)の指定箇所(問題番号と一致するところ)に記入しなさい。
7. 下書きにはこの問題冊子の余白を使用しなさい。
8. 試験終了後、問題冊子を持ち帰りなさい。

1 xy 平面上に n 個の点 $P_k(x_k, y_k)$ ($k = 1, 2, 3, \dots, n$) がある。

$$a = \sum_{k=1}^n x_k^2, \quad b = \sum_{k=1}^n y_k^2, \quad c = \sum_{k=1}^n x_k y_k$$

とおく。さらに、 P_k と直線 $\ell: x \cos \theta + y \sin \theta = 0$ の距離を d_k とし、

$$L = \sum_{k=1}^n d_k^2$$

とおく。次の問いに答えよ。

(1) L を a, b, c, θ を用いて表せ。

(2) θ が $0 \leq \theta < \pi$ の範囲を動くとき、 L の最大値と最小値を a, b, c を用いて表せ。

(3) $a \neq b$ または $c \neq 0$ のとき、 L を最大にする ℓ を ℓ_1 、最小にする ℓ を ℓ_2 とする。 ℓ_1 と ℓ_2 は直交することを示せ。

2 次の問いに答えよ。

- (1) k を 0 以上の整数とするとき,

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} \leq k$$

を満たす 0 以上の整数 x, y の組 (x, y) の個数を a_k とする。 a_k を k の式で表せ。

- (2) n を 0 以上の整数とするとき,

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + z \leq n$$

を満たす 0 以上の整数 x, y, z の組 (x, y, z) の個数を b_n とする。 b_n を n の式で表せ。

3 xy 平面上に曲線 $C: y = \frac{1}{2}x^2$ がある。 C 上の点 $P(t, \frac{1}{2}t^2)$ ($t \neq 1$) における接線を、 P を中心として反時計回りに 45° 回転して得られる直線を ℓ とする。 次の問いに答えよ。

(1) ℓ の方程式を求めよ。

(2) C と ℓ で囲まれる部分の面積 $S(t)$ を求めよ。

(3) $S(t)$ を最小にする t の値を求めよ。