

A 1

数 学

(平成 26 年 度)

〔注意事項〕

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 解答には黒鉛筆を使用しなさい。
3. 氏名及び受験番号を 2 枚の解答用紙(A 6—1 から A 6—2)の 3 箇所**に必ず記入**しなさい。(1 枚目表裏の 2 箇所, 2 枚目は表のみ)
4. この問題冊子には 3 つの問題があります。全ての問題を解答しなさい。
5. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
6. 解答は必ず解答用紙(A 6—1 と A 6—2)の指定箇所(問題番号と一致するところ)に記入しなさい。
7. 下書きにはこの問題冊子の余白を使用しなさい。
8. 試験終了後、問題冊子を持ち帰りなさい。

1 a, b を実数とする。 xy 平面上の曲線 $C: y = x^3 + ax^2 + x - 2$ と直線 $\ell: y = bx - 2$ が異なる 3 点で交わる時、次の問いに答えよ。

(1) a, b の条件を求めよ。

(2) 3 つの交点それぞれにおける C の接線の中に、傾きが 1 より大きいものと、1 より小さいものがどちらも存在するための a, b の条件を求め、その条件をみたす ab 平面上の点 (a, b) の範囲を図示せよ。

2 O を原点とする座標空間に、4 点

$$A(-2, 1, 3), B(s, 3, -1), C(1, 3, 4), D(t, 2t, 2t)$$

がある。ただし、 s, t は実数で $t \neq 0$ である。A を通り $\overrightarrow{OC}$ に平行な直線と、B を通り $\overrightarrow{OD}$ に平行な直線が点 P で交わるとする。次の問いに答えよ。

(1) s の値および P の座標を求めよ。

以下では $\triangle PAB \sim \triangle OCD$ を仮定する。

(2) t の値を求めよ。

(3) D から平面 PAB に下ろした垂線を DH とするとき、H の座標を求めよ。

3 r を $0 < r < 1$ をみたす定数とする。数列 $\{a_n\}$ に対して

$$S_n = \sum_{k=1}^n (-1)^{k+1} r^{a_k} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

とする。次の問いに答えよ。ただし以下では、実数 x に対して、 $[x]$ は $\ell \leq x < \ell + 1$ をみたす整数 ℓ を表す。

(1) 数列 $\{a_n\}$ を $a_n = \left[\frac{n}{2} \right]$ で定めるとき、 S_{2n} を r と n の式で表せ。

(2) 数列 $\{a_n\}$ を $a_n = \left[\frac{n}{3} \right]$ で定めるとき、 S_{3n} を r と n の式で表せ。

(3) $a_1 = 0$, $a_n \leq a_{n+1} \leq a_n + 1$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) および $S_{2014} = 0$ をみたす数列 $\{a_n\}$ のうち、 $\sum_{k=1}^{2014} r^{a_k}$ を最小にする数列 $\{a_n\}$ の第 2014 項を求め、そのときの最小値を r の式で表せ。

