

A 1

数 学

(平成 30 年 度)

〔注意事項〕

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 解答には黒鉛筆またはシャープペンシルを使用しなさい。
3. 氏名及び受験番号を2枚の解答用紙(A 5—1とA 5—2)の3箇所必ず記入しなさい。(A 5—1表裏の2箇所、A 5—2は表のみ)
4. この問題冊子には3つの問題があります。全ての問題を解答しなさい。
5. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
6. 解答は必ず解答用紙(A 5—1とA 5—2)の指定箇所(問題番号と一致するところ)に記入しなさい。
7. 下書きにはこの問題冊子の余白を使用しなさい。
8. 試験終了後、問題冊子を持ち帰りなさい。

1 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ は以下の条件をみたす。

(i) $a_n (n = 1, 2, 3, \dots)$ は $0, 1, 2$ のいずれかである。

(ii) b_n は

$$b_1 = 1, \quad 3b_{n+1} = 5a_n + b_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

をみたす整数である。

次の問いに答えよ。

(1) b_2, b_3, b_4, b_5 を求めよ。

(2) $\sum_{k=1}^n a_k (n = 1, 2, 3, \dots)$ を求めよ。

2 O を原点とする xyz 空間に点 $A(0, 2, 2)$, および, 中心を点 $B(0, 0, 1)$ とする半径 1 の球面 S がある。平面 $z = 0$ 上の点 $P(a, b, 0)$ を考える。次の問いに答えよ。

(1) 直線 AP 上の点 Q に対して $\overrightarrow{AQ} = t\overrightarrow{AP}$ と表すとき, $\overrightarrow{OQ}$ を a, b, t を用いて表せ。

(2) 直線 AP が球面 S と共有点をもつとき, 点 P の存在範囲を ab 平面上に図示せよ。

3 xy 平面上に放物線 $C_1: y = x^2$ と点 $P(p, q)$ ($q > p^2$) があり, P を通り傾きが t の直線を ℓ とする。さらに, C_1 と ℓ との 2 つの交点を結ぶ線分の中点において, 放物線 $C_2: y = -x^2 + ax + b$ が ℓ と接している。次の問いに答えよ。

(1) a, b を求めよ。

(2) C_1 と C_2 で囲まれる領域の面積を求めよ。

(3) t が実数全体を動くとき, (2) で求めた面積の最小値を求めよ。

