

数 学

(平成 31 年 度)

〔注意事項〕

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 解答には黒鉛筆またはシャープペンシルを使用しなさい。
3. 氏名及び受験番号を 3 枚の解答用紙(A 6—1 から A 6—3)の 5 箇所(記入欄)に必ず記入しなさい。(A 6—1, A 6—2 は表裏の 2 箇所, A 6—3 は表のみ)
4. この問題冊子には、問題 1, 2, 3, 4, 5 があります。全ての問題に解答しなさい。
5. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
6. 解答は必ず解答用紙(A 6—1 から A 6—3)の指定箇所(問題番号と一致するところ)に記入しなさい。
7. 下書きにはこの問題冊子の余白を使用しなさい。
8. 試験終了後、問題冊子を持ち帰りなさい。

1 三角形 OAB があり、各辺の長さは $OA = 1$, $OB = \sqrt{3}$, $AB = 2$ である。

自然数 n に対し、

$$AP_k = \frac{k}{n} AB \quad (k = 1, 2, \dots, n)$$

となるような点 $P_1, P_2, \dots, P_n$ を辺 AB 上にとる。次の問いに答えよ。

(1) 線分 OP_k ($k = 1, 2, \dots, n$) の長さを求めよ。

(2) 極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \frac{1}{(OP_k)^2}$ を求めよ。

2 1 辺の長さが 1 である正四面体 OABC がある。辺 OA 上に点 D, 辺 OB 上に点 E, 辺 OC 上に点 F があり,

$$OD : DA = 1 : 1, \quad OE : EB = 2 : 1, \quad OF : FC = 2 : 3$$

をみたしている。さらに辺 OB と辺 AC の中点をそれぞれ M, N とする。平面 DEF と直線 MN の交点を P とする。ベクトル $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ とおく。
次の問いに答えよ。

(1) $|\overrightarrow{MN}|$ を求めよ。

(2) $\overrightarrow{OP}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いて表せ。

(3) $|\overrightarrow{MP}|$ を求めよ。

3 n を 3 以上の整数とする。1 個のさいころを n 回投げたときに、出た目を大きい順に並べたものを

$$X_1, X_2, \dots, X_n \quad (X_1 \geq X_2 \geq \dots \geq X_n)$$

とする。たとえば、1 個のさいころを 5 回投げて、出た目が順に 4, 5, 3, 4, 2 であったとすると、

$$X_1 = 5, X_2 = 4, X_3 = 4, X_4 = 3, X_5 = 2$$

となる。1 個のさいころを n 回投げたとき、次の事象が起こる確率をそれぞれ求めよ。

(1) $X_n = 2$

(2) $X_2 = 6$

(3) $X_2 = 6$ かつ $X_n = 2$

1. The first part of the document is a list of the names of the persons who have been appointed to the various positions of the Board of Directors of the Corporation.

2. The second part of the document is a list of the names of the persons who have been appointed to the various positions of the Board of Directors of the Corporation.

3. The third part of the document is a list of the names of the persons who have been appointed to the various positions of the Board of Directors of the Corporation.

4. The fourth part of the document is a list of the names of the persons who have been appointed to the various positions of the Board of Directors of the Corporation.

5. The fifth part of the document is a list of the names of the persons who have been appointed to the various positions of the Board of Directors of the Corporation.

6. The sixth part of the document is a list of the names of the persons who have been appointed to the various positions of the Board of Directors of the Corporation.

7. The seventh part of the document is a list of the names of the persons who have been appointed to the various positions of the Board of Directors of the Corporation.

8. The eighth part of the document is a list of the names of the persons who have been appointed to the various positions of the Board of Directors of the Corporation.

9. The ninth part of the document is a list of the names of the persons who have been appointed to the various positions of the Board of Directors of the Corporation.

10. The tenth part of the document is a list of the names of the persons who have been appointed to the various positions of the Board of Directors of the Corporation.

11. The eleventh part of the document is a list of the names of the persons who have been appointed to the various positions of the Board of Directors of the Corporation.

12. The twelfth part of the document is a list of the names of the persons who have been appointed to the various positions of the Board of Directors of the Corporation.

4 O を原点とする xy 平面上に 2 点 $A(2, 0)$, $B(0, 2)$ がある。2 点 P , Q は条件 $(*)$ をみたしながら動く。

$$(*) \begin{cases} P \text{ は線分 } OA \text{ 上にある。} \\ Q \text{ は線分 } OB \text{ 上にある。} \\ \triangle OPQ \text{ の面積は } 1 \text{ である。} \end{cases}$$

点 P の座標を $(t, 0)$ とする。次の問いに答えよ。

(1) t のとり得る値の範囲を求めよ。

(2) t が (1) で求めた範囲を動くとき、線分 PQ が通過する領域を xy 平面上に図示せよ。

(3) (2) で求めた領域の面積 S を求めよ。

5 2つの関数 $f(x) = e^{-x} \sin x$ ($0 \leq x \leq 2\pi$)と $g(x) = -e^{-x}$ ($0 \leq x \leq 2\pi$)について、次の問いに答えよ。

(1) $f(x)$ が最小値をとるときの x の値を求めよ。

(2) $f(x) = g(x)$ をみたす x の値を求めよ。

(3) 2曲線 $C_1: y = f(x)$, $C_2: y = g(x)$ と y 軸で囲まれる部分を、 x 軸のまわりに1回転してできる立体の体積 V を求めよ。

