

1 次の(ア), (イ), (ウ), (エ), (オ)の空欄に適する数または式を解答用紙の所定の欄に記入せよ。

(1) 定数 a, b, c に対して $f(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$ とする。すべての実数 x に対して $f'(x) = f(x) + xe^{-x}$ をみたすとき a, b, c は (ア) である。

(2) 「すべての 0 以上の実数 a に対し, $y \geq ax^2$ が成り立つ」ような実数の組 (x, y) の全体は, 集合 $\left\{ (x, y) \mid \text{(イ)} \right\}$ で表される。また「ある 0 以上の実数 a に対し, $y \geq ax^2$ が成り立つ」ような実数の組 (x, y) の全体は, 集合 $\left\{ (x, y) \mid \text{(ウ)} \right\}$ で表される。

(3) 行列 $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ と $B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}$ に対して

$$T(A, B) = a_{11}b_{11} + a_{12}b_{12} + a_{21}b_{21} + a_{22}b_{22}$$

とおく。すべての実数 x, y, z に対して $T\left(\begin{pmatrix} x & z \\ z & y \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} u & 1 \\ v & w \end{pmatrix}\right) = 0$

が成り立つような u, v, w は (エ) である。また実数 α に対して

$C = \begin{pmatrix} \alpha & 1 \\ -1 & \alpha \end{pmatrix}$ とおくとき, $T\left(C^4, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right) = 16$ となる α は (オ) である。

2

次の(カ), (キ), (ク), (ケ), (コ)の空欄に適する数または式を解答用紙の所定の欄に記入せよ。

- (1) $f(x) = x^4 + 2x^3 + 10x^2 + (10 - 2\sqrt{2})x + 23$ とする。実数 a に対して、 $f(x)$ を $x^2 + a$ で割ったときの余りは (カ) である。このことを用いて $f(x)$ を実数の範囲で因数分解すると (キ) である。
- (2) Y チームと G チームがあるゲームを複数回行うとする。各ゲームの勝敗は独立とし、どのゲームも Y が勝つ確率を p 、負ける確率を $1 - p$ ($0 < p < 1$) とする。このとき Y が勝てば 2 円受け取り、負ければ 1 円支払う賭けをする。 k 回までに Y が勝つ回数を R_k 回、賭けで得る差し引き金額を S_k 円とする。自然数 n に対して、 R_n と S_n の間の関係は (ク) である。また $S_{3n} = 3n$ となる確率は (ケ) であり、 $S_{3n} = 3n + 1$ となる確率は (コ) である。

3 座標平面において、曲線 $y = x(x-1)(x-r)$ ($r > 1$) と x 軸とで囲まれた図形で y 座標が 0 以下の部分の面積を $S(r)$ とする。このとき次の問いに答えよ。

- (1) $S(r)$ を r を用いて表せ。
- (2) $S(r)$ が整数となるような整数 r を $1200 \leq r \leq 1210$ の範囲ですべて求めよ。

4

座標空間において xy 平面上の半円周 $x^2 + y^2 = a^2$ ($x \geq 0$) を C とする。ただし、 a は正の定数とする。定点 $A(0, 0, a)$ と C 上の動点 P を結ぶ線分上で x 座標と z 座標が等しい点 $Q(X, Y, Z)$ の xy 平面上への垂線の足を $R(X, Y, 0)$ とする。このとき次の問いに答えよ。

- (1) P が C 上を動くとき Y のとる値の範囲を求め、 X を Y の関数として表せ。
- (2) y 軸と R の軌跡で囲まれる図形を y 軸のまわりに 1 回転して得られる回転体の体積を求めよ。