

数 学 問 題

(平成 26 年 度)

【注意事項】

1. この問題冊子は「数学」である。
2. 試験時間は 60 分である。
3. 試験開始の合図まで、この問題冊子を開いてはいけない。ただし、表紙はあらかじめよく読んでおくこと。
4. 試験開始後すぐに、以下の 5 および 6 に記載されていることを確認すること。
5. この問題冊子の印刷は 1 ページから 2 ページまでである。
6. 解答用紙は問題冊子中央に 2 枚はさみこんである。
7. 問題冊子に落丁、乱丁、印刷不鮮明な箇所等があった場合および解答用紙が不足している場合は、手をあげて監督者に申し出ること。
8. 試験開始後、2 枚ある解答用紙の所定の欄に、受験番号と氏名を記入すること（1 枚につき受験番号は 2 箇所、氏名は 1 箇所）。
9. 解答は必ず解答用紙の指定された箇所に記入すること。解答用紙の裏面に記入してはいけない。
10. 問題番号に対応した解答用紙に解答していない場合は、採点されない場合もあるので注意すること。
11. 問題冊子の中の白紙部分は下書き等に使用してよい。
12. 解答用紙を切り離したり、持ち帰ってはいけない。
13. 試験終了時刻まで退室を認めない。試験中の気分不快やトイレ等、やむを得ない場合には、手をあげて監督者を呼び指示に従うこと。
14. 試験終了後は問題冊子を持ち帰ること。

〔I〕 次の各問いに答えよ。

(1) 関数 $\tan x$ の導関数を求めよ。

(2) 不定積分 $\int \tan x dx$ を求めよ。

(3) $X = \cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$ とおくとき、 $1 + \sin x$ を X を用いて表せ。

(4) 不定積分 $\int \frac{dx}{1 + \sin x}$ を求めよ。

(5) 定積分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x}{1 + \sin x} dx$ の値を求めよ。

〔Ⅱ〕

(1) 次の各問いに答えよ。ただし、答えのみでよい。

(ア) $\frac{8}{9} < \frac{q}{p} < \frac{9}{10}$ をみたす自然数 p, q における p の最小値を記せ。

(イ) $\frac{2013}{2014} < \frac{q}{p} < \frac{2014}{2015}$ をみたす自然数 p, q における p の最小値を記せ。

(2) 自然数 a, b, c, d が $ad - bc = 1$ をみたすとき、次の各問いに答えよ。

(ア) 自然数 p, q が $dq - cp > 0, ap - bq > 0$ をみたすとき、 p の最小値および p が最小となるような q の値をそれぞれ a, b, c, d を用いて表せ。

(イ) $\frac{c}{d} < \frac{q}{p} < \frac{a}{b}$ をみたす自然数 p, q で p が最小となるような分数 $\frac{q}{p}$ を考えることにより、 $a+c, b+d$ が互いに素であることを示せ。

(ウ) $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, $a+d=10$ のとき、 $(A+A^{-1})^3$ の値を求めよ。