

## 数 学 問 題

(平成 28 年 度)

## 【注意事項】

1. 試験時間は 60 分である。
2. 試験開始の合図まで、この問題冊子を開いてはいけない。ただし、表紙はあらかじめよく読んでおくこと。
3. この問題冊子の印刷は 1 ページから 2 ページまでである。
4. 解答用紙は問題冊子中央に 2 枚はさみこんである。
5. 問題冊子に落丁、乱丁、印刷不鮮明な箇所等があった場合および解答用紙が不足している場合は、手をあげて監督者に申し出ること。
6. 試験開始後、2 枚ある解答用紙の所定の欄に、受験番号と氏名を記入すること（1 枚につき受験番号は 2 箇所、氏名は 1 箇所）。
7. 解答は必ず解答用紙の指定された箇所に記入すること。解答用紙の裏面に記入してはいけない。
8. 問題番号に対応した解答用紙に解答していない場合は、採点されない場合もあるので注意すること。
9. 解答用紙を切り離したり、持ち帰ってはいけない。
10. 問題冊子の中の白紙部分は下書き等に使用してよい。
11. 試験終了時刻まで退室を認めない。試験中の気分不快やトイレ等、やむを得ない場合には、手をあげて監督者を呼び指示に従うこと。
12. 試験終了後は問題冊子を持ち帰ること。

〔I〕  $n$  を  $n \geq 2$  である整数とするとき、以下の各問に答えよ。

(1) 不定積分  $\int \tan x dx$  を求めよ。

(2)  $\frac{\tan^n x}{\sin x}$  の導関数を求めよ。

(3) 不定積分  $\int \frac{\tan^{n-2} x}{\cos^2 x} dx$  を求めよ。

(4) 式

$$\int \tan^n x dx = \frac{1}{n-1} \tan^{n-1} x - \int \tan^{n-2} x dx$$

が成り立つことを証明せよ。

(5) 定積分  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^3 x dx$  を求めよ。

〔Ⅱ〕 三角形があり、その頂点を反時計回りの順に  $A, B, C$  とおく。表と裏の出現確率が等しいコインを投げ、表が出たら時計回りに隣り合う次の頂点へ、裏が出たら反時計回りに隣り合う次の頂点へ移動する試行を繰り返す。たとえば、頂点  $A$  にいてコインの裏が出たならば、頂点  $B$  へ移動することになる。

頂点  $A$  から移動を開始するとき、 $n$  回の試行の後に頂点  $A$  にいる確率を  $P_n(A)$  とする。このとき、以下の各問に答えよ。ただし、 $n$  は  $n \geq 1$  である整数とする。

(1)  $P_1(A)$  を求めよ。

(2)  $P_4(A)$  を求めよ。

(3)  $n \geq 2$  のとき  $P_n(A)$  を  $P_{n-1}(A)$  の式で表せ。

(4)  $n \geq 2$  のとき  $P_n(A) - P_{n-1}(A)$  を  $n$  の式で表せ。

(5)  $P_n(A)$  を求めよ。